

Influence de la vibration des parois du tube sur le comportement acoustique d'un instrument à vent

B.B. Ninob, Juillet 2024

Introduction

Depuis Savart et Mahillon, le dialogue se poursuit entre physiciens et musiciens sur l'influence des matériaux sur la sonorité des instruments à vent (ref. 1-5). Pour la plupart des musiciens, cette influence est indiscutable : après avoir entraîné leur oreille pendant des années, ils sont presque unanimes à dire que les flûtes en buis ont un son chaud, que celles en métal ont un son clair et froid, que celles en plastique sonnent comme de la camelote, et que la flûte en platine de Georges Barrère (densité 21.5, quand-même !) a un son riche. Un quidam qui tenterait de contredire sur ce point un musicien de métier s'exposerait à une réponse apitoyée du genre : « Ah bon ? Tu n'entends pas la différence ? ». La comparaison d'instruments de musique est un exercice difficile. On sait que d'infimes différences de *géométrie de la perce ou de l'embouchure*, totalement invisibles à l'œil nu, peuvent induire de notables différences de comportement entre instruments apparemment identiques. Si les matériaux des instruments comparés sont différents, il est alors tentant d'attribuer une influence au matériau car c'est la caractéristique la plus visible de la comparaison. Et l'effet placebo n'aide pas à l'objectivité : très étudié dans le domaine de la médecine, il aurait pu l'être dans le domaine de la musique, tant il est vrai qu'on joue moins bien sur un instrument qu'on *croit* mauvais. Certes, des méthodologies ont été développées pour tester objectivement et sans effet placebo les qualités d'un instrument (réf. 6), mais elles restent tributaires de la variabilité du jeu de l'instrumentiste, et sont rarement mises en œuvre du fait de leur lourdeur. Les physiciens, eux, se méfient des intuitions et ont déjà débusqué certains mythes célèbres : par exemple, ils ont pu montrer clairement que les sons cuivrés de la trompette étaient dus à un effet d'acoustique non-linéaire qui n'a rien à voir avec le matériau de l'instrument (réf. 7). Pour eux, l'influence du matériau pose question : en première approximation, c'est l'air contenu dans le tuyau qui vibre, ce qui laisse peu de place à une éventuelle influence du matériau de paroi. Pourtant, il existe au moins deux mécanismes physiques par lesquels la paroi peut influencer le son d'un instrument à vent : l'*amortissement* des vibrations dans la colonne d'air dépend de la *rugosité* du tube (ref. 8), et cet amortissement affecte particulièrement les composantes à haute fréquence du spectre, rendant le son moins brillant. D'autre part, sur certains instruments à vent, la *paroi du tube vibre* avec une amplitude significative : même si cette amplitude est faible, elle est quelquefois perceptible sous les doigts des instrumentistes¹. Cette vibration de la paroi, qui existe nécessairement, fût-elle très faible, est le signe indéniable d'un couplage entre les modes de vibration de la colonne d'air et les modes de vibration de la paroi. Dans quelle mesure le couplage entre les modes de la colonne d'air et les modes de paroi influence-t-il le comportement de l'instrument ? Pour tenter de répondre à cette question, on fera d'abord quelques expériences sur des tuyaux de forme identique mais faits dans des matières différentes, sur lesquels on frappera et dans lesquels on soufflera, en faisant une analyse spectrale des sons produits. Ces expériences montreront que dans certains cas pathologiques bien choisis, et plus précisément pour des parois faibles, les vibrations de paroi influencent effectivement le son soufflé.

¹ Je ne parle pas ici de perception de la vibration de l'air au *niveau d'un trou de jeu bouché par les doigts*, communément ressentie sur tous les instruments de la famille des bois : c'est la perception directe de la vibration de la *colonne d'air*. Non, je parle ici de la perception éventuelle de vibration de la *paroi*, beaucoup plus rare et testable en posant un doigt sur le tube ailleurs que sur un trou débouché.

On tentera ensuite une mise en équation du couplage entre modes de vibration aériens et modes de vibration de paroi, afin d'évaluer la correction d'impédance induite par le couplage. Pour comprendre les transferts d'énergie entre la colonne d'air et la paroi, il faut connaître l'amortissement des modes de vibration de la paroi : afin d'évaluer cet amortissement, on décrira ensuite une série d'expériences sur le temps de décroissance et la largeur de raie des modes de paroi pour différents tubes, à paroi mince ou épaisse. On verra au passage que taper sur un instrument à vent (sans l'abîmer !) peut apporter de riches informations sur son comportement acoustique, pour peu qu'on se donne la peine d'analyser le son produit... Le modèle sera confronté à l'expérience sur des tubes à *parois localement affaiblies*.

On s'intéressera ensuite aux modes propres de vibration de la paroi d'un tube, considérés pour eux-mêmes, afin de voir à quel genre d'objet physique on a affaire. Parmi toute la zoologie des modes de vibration de la paroi, on cherchera les modes les plus susceptibles de se coupler aux vibrations de la colonne d'air. On évaluera au passage le comportement vibratoire des tubes ovalisés et des tubes coudés excités par une onde stationnaire dans la colonne d'air.

On discutera ensuite les critères physiques qui permettent de dire si le couplage air-paroi influence de façon significative le comportement vibratoire de la colonne d'air.

On appliquera enfin ces critères au cas des instruments à vent réels. Il apparaîtra que les vibrations de paroi ont une influence négligeable sur tous les instruments à vent de l'orchestre, à l'exception du basson (au niveau du bocal) et des cuivres (surtout au niveau du pavillon). On discutera les conséquences du couplage air-paroi sur le timbre de ces instruments.

1 Quelques expériences pour montrer l'influence des vibrations de paroi

1.1 Les vibrations de paroi peuvent inhiber le mécanisme d'auto-entretien du son, particulièrement sur les flûtes.

Voici une expérience que j'espère éclairante :

Prendre une bouteille d'eau minérale gazeuse, ou de soda, en matière plastique. Vider le contenu (si c'est de l'eau, la boire ; si c'est du soda, vider directement dans les toilettes et tirer la chasse), puis souffler sur le goulot pour tirer un son de flûte de cet instrument. On sent nettement sous les doigts la vibration de la paroi, ce qui suggère déjà un couplage air-tube non-négligeable. La production du son est moins facile qu'avec une bouteille rigide en verre, mais elle reste possible. Si on appuie sur la paroi jusqu'à former une zone plate sur la bouteille, le son s'éteint... et reprend dès qu'on relâche l'appui. L'interprétation proposée pour cette expérience est la suivante : en appuyant sur la paroi, on crée une zone plate très dissipative, et le couplage air-paroi dégrade alors si fortement le facteur de qualité de la résonance du mode Helmholtz de la colonne d'air que l'auto-entretien du son par le jet d'air ne peut plus se faire. Cette expérience suggère que l'émission du son dans les flûtes peut être inhibée si les parois sont suffisamment faibles pour vibrer. Il en va peut-être de même sur les instruments à anche, mais le mécanisme de régénération du son par les anches solides est beaucoup plus robuste que celui des anches aériennes, ce qui les rend moins vulnérables à la dissipation par couplage air-paroi.

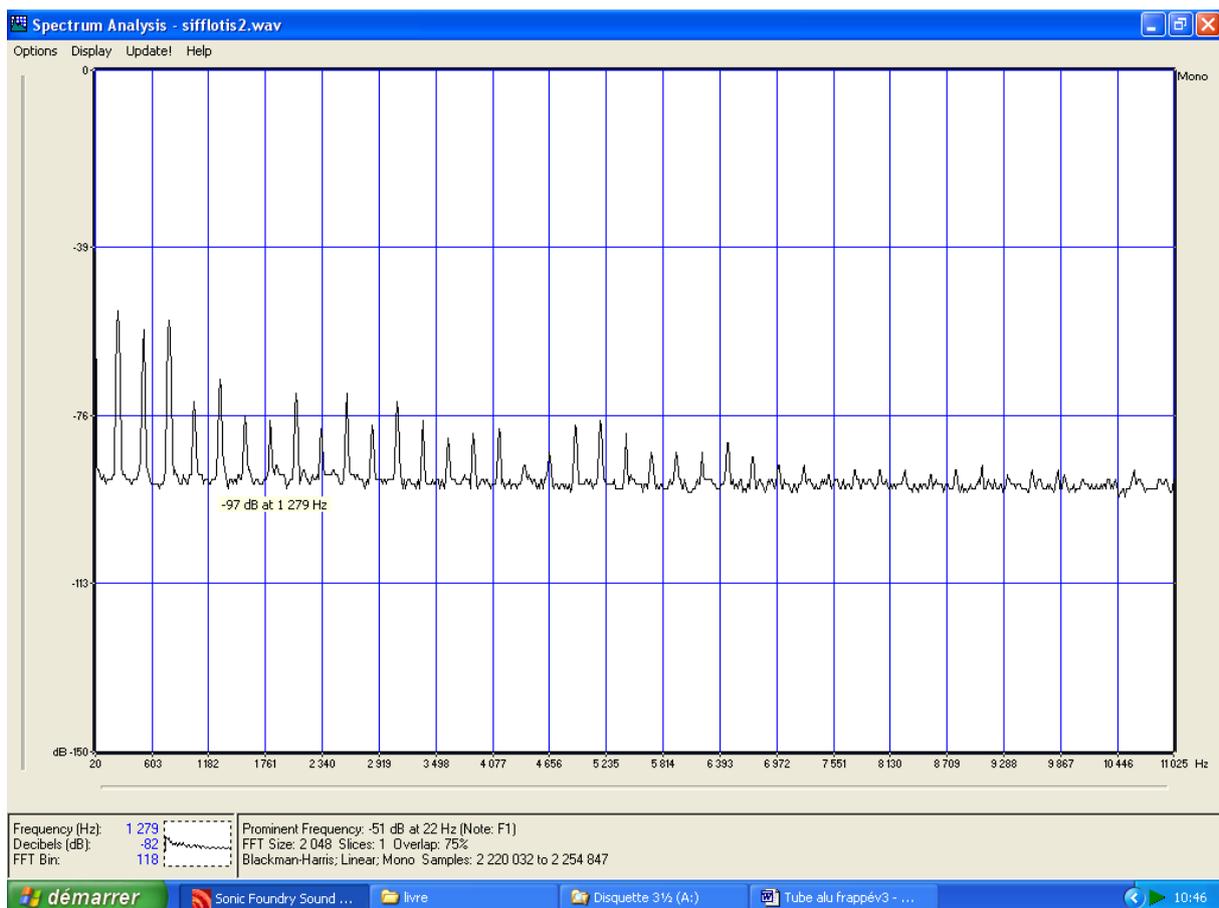
On a pu montrer sur des ocarinas arrangés (réf. 9) que l'auto-entretien du son par une anche aérienne devenait impossible si le facteur de qualité du mode Helmholtz devenait inférieur à 10 environ. Cette valeur-seuil semble être à peu près le même pour tous les types

d'instruments à anche aérienne. Dans les modélisations quantitatives du couplage qu'on se propose de faire sur des instruments à vent selon le formalisme de cet article, il nous faudra regarder les aspects énergétiques du couplage pour apprécier si oui ou non ce dernier risque d'affecter significativement les propriétés d'émission de l'instrument.

1.2 Les vibrations de paroi colorent le son soufflé : expériences sur des tubes minces

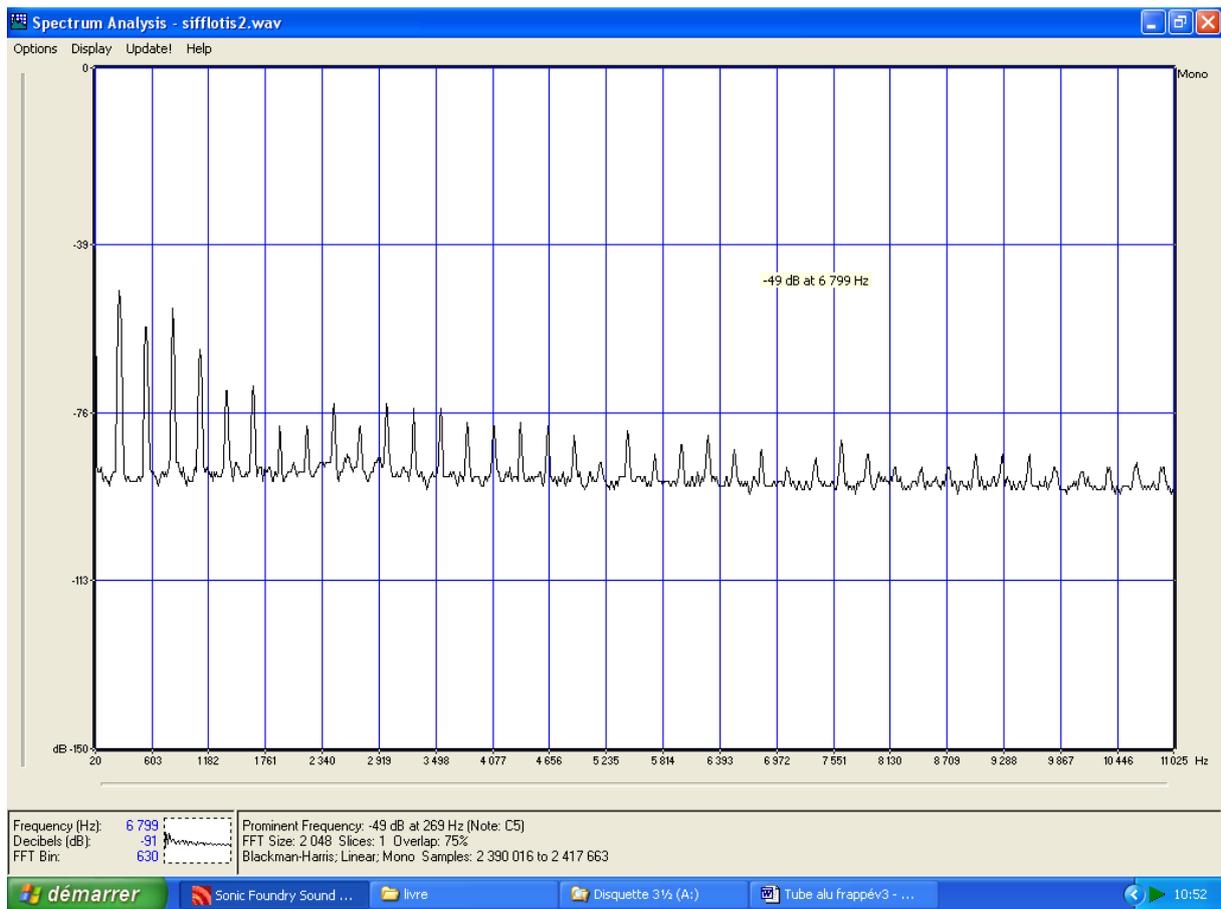
Les vibrations de paroi ne font pas qu'affecter l'émission des instruments à vent : comme on le verra ci-dessous, elles peuvent aussi en perturber le *timbre*. Armé d'un microphone et d'un ordinateur doté d'un logiciel d'analyse spectrale, je cherche à déterminer si on voit des différences dans le spectre du son produit par des tubes, tous de géométrie identique, mais faits dans des matériaux différents : j'adapte une même tête de flûte à bec ténor sur des tubes cylindriques en carton (1 mm d'épaisseur de paroi), en PVC mince (1.1 mm) et en laiton (mince, 0.6 mm et épais, 1 mm), tous de même longueur 70 cm et de même diamètre 25 mm. Tous les tubes ont à peu près la même rugosité interne, même le tube en carton, qui a été verni pour la circonstance.

Je choisis d'exciter les tubes au moyen d'une embouchure de flûte à bec, car c'est ce type d'embouchure qui dépend le moins des facteurs liés à l'instrumentiste.



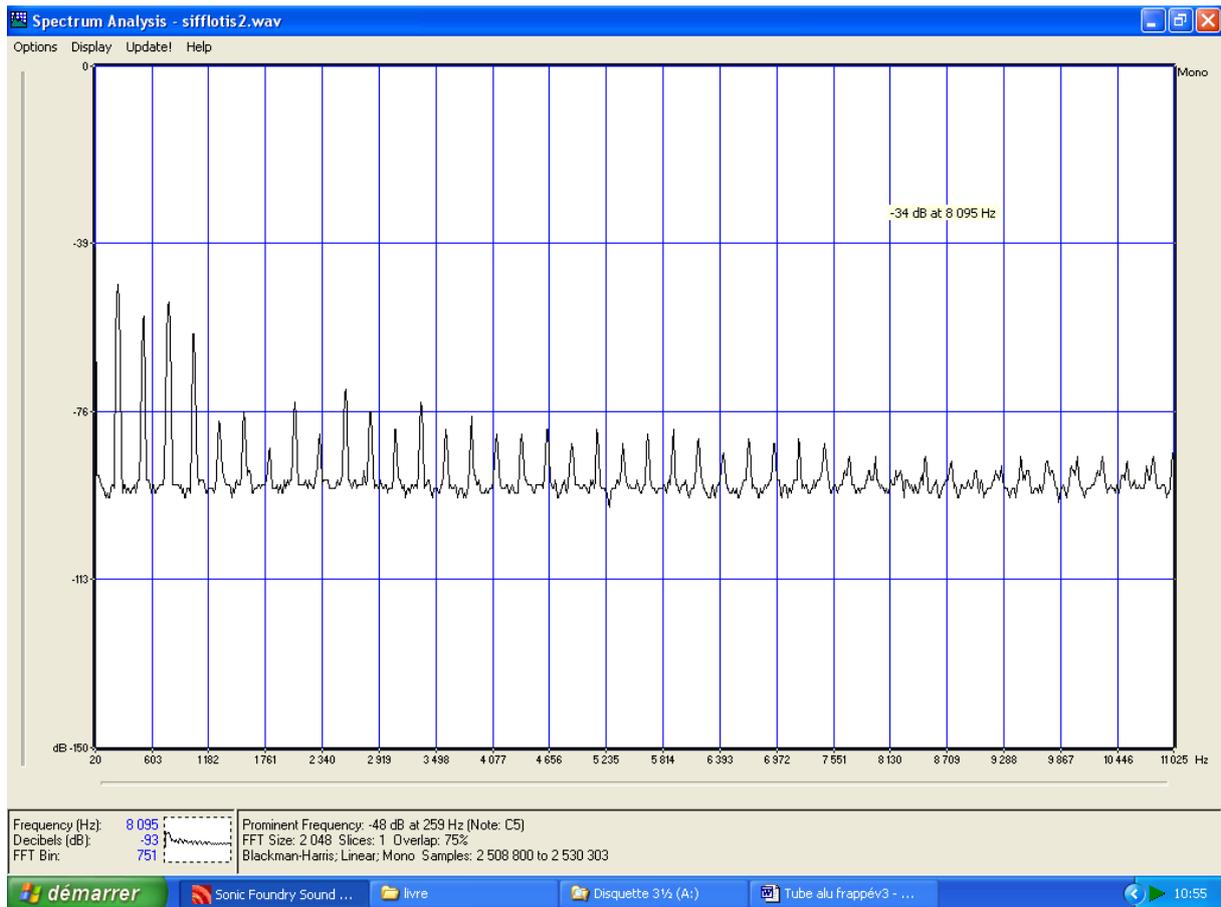
Le spectre du son soufflé du tube en laiton à parois minces

Voici-dessus le spectre du son soufflé du tube laiton à parois minces. Tous les harmoniques ne sortent pas : en particulier, ceux au-delà de 8000 Hz semblent très inhibés; L'intensité des harmoniques est très inégale.



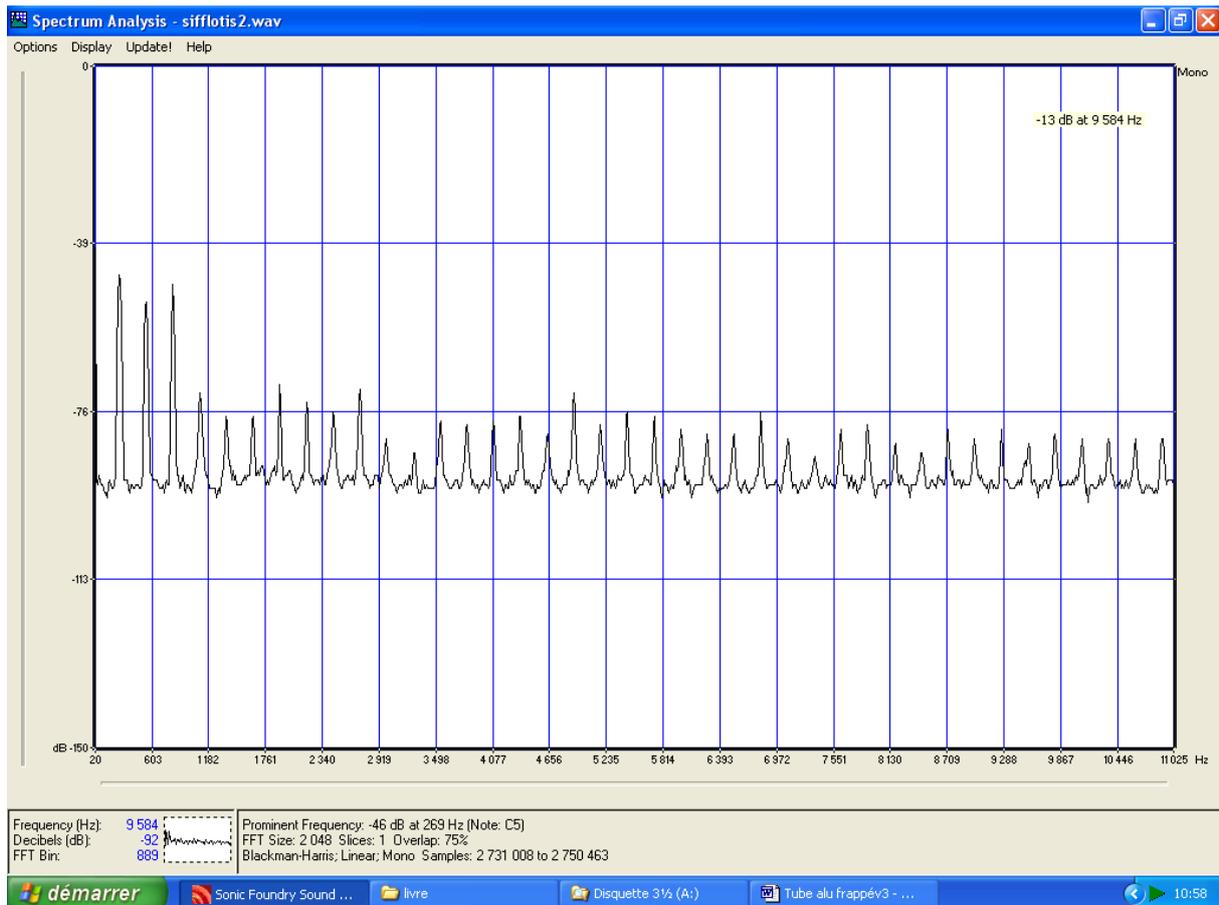
Le spectre du son soufflé du tube en carton

Voici-dessus le spectre de son soufflé du tube en carton. Le trou au niveau des harmoniques 7 et 8 semble être significatif.



Le spectre du son soufflé du tube en PVC de gaine électrique

Voilà ci-dessus le spectre du son soufflé pour le tube en PVC. La répartition d'énergie entre les harmoniques est encore différente de celle observée avec les tubes précédents.



Le spectre du son soufflé du tube en laiton épais

Voilà le spectre du son soufflé pour le tube en laiton épais. Les trois premiers harmoniques sont les plus intenses. On remarque des pics marqués au moins jusqu'à 10 000 Hz.

Conclusion : avec une même tête de flûte et une géométrie identique de la colonne d'air, les spectres des quatre tubes sont différents. Ces différences apparentes sur les spectres sont également perceptibles à l'oreille : les vibrations de paroi colorent le son soufflé. C'est le tube le plus rigide qui donne le son le plus riche en harmoniques. Il y a donc une influence du matériau sur le timbre d'un instrument à vent, mais elle n'est sensible que pour des tubes à parois très faibles.

1.3 Les vibrations de paroi perturbent la justesse des instruments à vent : expériences sur des tubes à parois localement faibles

Les vibrations de la paroi ne font pas qu'affecter l'émission et le timbre des instruments à vent : comme on le verra ci-dessous, elles peuvent aussi en perturber la *justesse*. J'essaie ici de mettre en évidence l'influence du couplage air-paroi sur un système spécialement conçu pour exacerber le couplage, avec une paroi affaiblie *localement*. Pour cela, j'ouvre une fenêtre d'environ 2.5 cm² dans un tube en PVC de diamètre 17 mm, et je recouvre cette fenêtre d'une membrane en latex, enfilée sur le tube comme un doigt de gant pour constituer la zone faible de la paroi.



Un tube à paroi affaiblie localement, utilisé pour les expériences de cet article

Le tube PVC est ensuite raccordé à une tête de flûte à bec alto. Je mesure à l'accordeur électronique les fréquences en jeu des deux premiers partiels de ce système pour diverses positions de la zone faible le long du tube, la longueur acoustique totale du système entier étant maintenue constante à 480 mm. Il est possible de passer instantanément de la situation « paroi faible » à la situation « paroi rigide » en bouchant la zone faible avec un doigt, ce qui facilite la mesure des écarts en fréquence apportés par la présence de la zone faible.

En l'absence de zone faible, les trois premiers partiels sont à des fréquences harmoniques, c'est à dire multiples les unes des autres : 375, 750 et 1125 Hz.

La fréquence propre de la membrane est mesurable dans le spectre du son produit en pinçant ou en frottant la membrane. Cette fréquence varie avec la tension qu'on donne à la membrane. En l'occurrence, nous avons retenu une fréquence voisine de 1200 Hz, nettement plus haute que les fréquences en jeu du fondamental ou du partiel 2, mais du même ordre que celle du partiel 3.

La présence de la zone faible abaisse la fréquence du fondamental quelle que soit sa position le long du tube. L'abaissement est petit quand la zone faible est située près d'une des deux extrémités de la flûte. Il est plus fort (plus d'un demi-ton) quand la zone faible est proche du milieu du tube. Sur le second partiel, on observe un abaissement considérable (presque un ton) quand la zone faible est placée au quart inférieur ou au quart supérieur du tuyau, et presque nul quand ce dernier est placé au milieu.

Il va falloir travailler quelque peu pour rendre compte par la théorie de toute la complexité des effets observés... On trouvera une interprétation quantitative de ces résultats au § 2.6, après avoir déroulé le formalisme mathématique adéquat.

2 Le formalisme de l'interaction entre la colonne d'air et la paroi

On fournit ici le formalisme mathématique minimal nécessaire à la description du couplage air-paroi.

2.1 Quelques considérations sur la pénétration de l'onde sonore dans l'épaisseur de la paroi

On s'intéresse ici à la façon dont l'onde aérienne de la colonne d'air pénètre dans l'épaisseur de la paroi, considérée ici comme un milieu élastique homogène, afin d'apprécier l'influence de la nature du matériau dans cette pénétration. On simplifie le problème au maximum en supposant un résonateur de forme sphérique, avec une paroi constituée d'une coquille de module élastique E . L'onde sphérique dans l'air de la cavité excite des ondes, elles aussi sphériques, dans la paroi. Si R est le rayon interne de la cavité et p_0 la pression excitatrice, la forme de l'onde sphérique divergente dans la paroi est, pour la pression p et la vitesse de déplacement v :

$$p(r,t) = p_0 \cdot R \cdot \frac{\cos(\omega t - kr)}{r}$$

$$v(r,t) = \frac{p_0 \cdot R}{\rho \cdot \omega} \cdot \left(-\frac{k}{r} \cdot \cos(\omega t - kr) - \frac{1}{r^2} \cdot \sin(\omega t - kr) \right)$$

avec la condition aux limites :

$$p(R,t) = p_0 \cdot \cos(\omega t - kR) .$$

Ici, $k = \frac{\omega}{\sqrt{E/\rho}}$ est la constante de propagation de l'onde dans la paroi.

Mettons quelques chiffres sur ces formules pour différentes fréquences et pour quelques matériaux de paroi usuels :

	E (Pa)	rho (Kg/m3)	c (m/s)	lambda à 1 kHz (m)	lambda à 10 kHz (m)	T
Bois	5,00E+09	7,00E+02	2,67E+03	2,67E+00	2,67E-01	2,18E-04
PVC	3,00E+09	1,30E+03	1,52E+03	1,52E+00	1,52E-01	2,07E-04
Laiton	1,00E+11	8,20E+03	3,49E+03	3,49E+00	3,49E-01	1,42E-05
Acier	2,00E+11	7,50E+03	5,16E+03	5,16E+00	5,16E-01	1,05E-05

Table : Module d'élasticité, masse volumique, vitesse du son, longueur d'onde à 1 et 10 kHz et coefficient de transmission du son pour différents matériaux de paroi.

On peut déjà faire un premier constat : compte-tenu de la valeur du module d'élasticité E et de la densité ρ des matériaux de paroi usuels, la vitesse de propagation du son dans la paroi (plusieurs milliers de m/s) est très supérieure à celle de la vitesse de propagation des ondes sonores dans l'air (340 m/s). Par conséquent, pour une même fréquence, la longueur d'onde de l'onde sonore dans la paroi est beaucoup plus grande que celle dans l'air. Même à très haute fréquence (à la limite des sons audibles), la longueur d'onde dans la paroi est en général bien supérieure à l'épaisseur de paroi des instruments à vent (celle-ci fait en général moins d'un cm). Par conséquent, les effets propagatifs dans l'épaisseur e de la paroi peuvent être négligés, dans la mesure où $k \cdot R \ll 1$ et $k \cdot e \ll 1$. Dans les cas pratiques des instruments à

vent, le mouvement radial de la paroi est donc pratiquement le même dans toute l'épaisseur de la paroi : il sera permis de considérer la paroi comme une *coque mince*.

Pour une onde sphérique progressive, la puissance transportée à travers la paroi vaut

$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot p_0^2 \cdot R^2}{\rho \cdot c}$. Le rapport entre les puissances transportées par l'onde sonore dans l'air et

dans la paroi (coefficient de transmission) est donc $T \equiv \frac{P_{paroi}}{P_{air}} = \frac{(\rho \cdot c)_{air}}{(\rho \cdot c)_{paroi}}$. C'est aussi le

rapport entre les impédances spécifiques des deux milieux. On voit ici que la proportion de puissance transmise à travers la paroi est petite pour les matériaux raides (c grand) et denses (ρ grand). Les ordres de grandeur du produit $\rho \cdot c$ pour différents matériaux de paroi sont donnés dans la table ci-dessus. Ils montrent que le coefficient de transmission de l'onde sonore à travers la paroi est très petit, de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5} pour les matériaux de paroi usuels, bois, PVC, métal.

Appliquées aux instruments à vents, ces considérations montrent déjà plusieurs choses :

- La colonne d'air perd de l'énergie à travers la paroi ;
- Cette perte d'énergie, en général très faible, dépend de la nature du matériau de paroi ;
- Dans tous les cas pratiques d'intérêt, la paroi vibre comme une coque mince.

Dans la suite, on considèrera le couplage entre la colonne d'air et les *modes propres* de vibration de cette coque mince.

2.2 Le formalisme du couplage entre les modes de paroi et les modes aériens

Bien que la paroi puisse avoir de nombreux modes de vibration, on se restreint ici à la modélisation du couplage entre la colonne d'air et *un seul* mode de paroi. Ce dernier est caractérisé par ses paramètres d'oscillateur : masse effective M , raideur effective K , amortissement ν ; son couplage à la paroi est caractérisé par une surface de couplage S_{paroi} .

On appellera a_{paroi} la variable de déformation du tube selon le mode considéré, et on définit la surface de couplage S_{paroi} comme la variation du volume d'air V contenu dans le tube du fait de sa déformation, ou encore le rapport entre le débit d'air w dans le tube induit par sa vitesse de déformation \dot{a} : $S_{paroi} \equiv dV / da_{paroi} = w / \dot{a}_{paroi}$. La surface de couplage S_{paroi} est calculable par la *géométrie*, connaissant la déformée du mode.

La raideur du mode vaut $K = \frac{S_{paroi}^2}{dV / dp}$, où dV est la variation de volume intérieur du tube selon la déformée du mode sous l'effet d'une variation de pression statique dp . On peut aussi

écrire de façon équivalente $K = \frac{S_{paroi}}{da_{paroi} / dp}$ où da_{paroi} est la variation de déformation du tube

sous l'effet de la variation de pression statique dp . L'évaluation de la raideur K nécessite la connaissance de la *géométrie* du mode et des *propriétés mécaniques* du tube.

L'inertie (ou masse M) du mode peut être évaluée connaissant la pulsation propre ω_0 dudit mode : $M = K / \omega_0^2$, ω_0 étant elle-même connue à partir de la *dynamique* du mode.

L'amortissement ν du mode est relié à son facteur de qualité Q_{paroi} par la relation

$\nu = \frac{\sqrt{M \cdot K}}{Q_{paroi}}$. On accède à ce paramètre *via l'énergétique* du mode, c'est à dire par l'analyse

des mécanismes de dissipation de l'énergie vibratoire de la paroi.

Il faut noter que ces paramètres d'oscillateur dépendent du choix (conventionnel) de la variable de déformation a_{paroi} du mode.

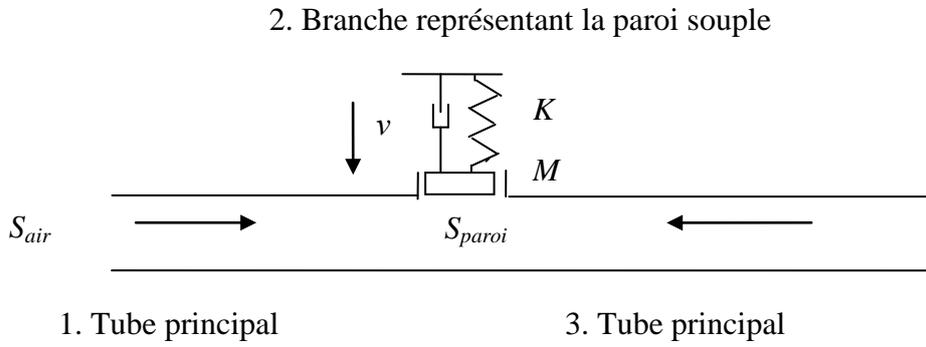
En présence d'une pression acoustique excitatrice p oscillant à la pulsation ω , la dynamique et l'énergétique du mode sont résumées dans l'impédance de la paroi, définie comme le rapport entre la pression acoustique p et le débit acoustique $w=dV/dt$ au droit de la zone vibrante. L'impédance s'écrit

$$Z_{paroi}(\omega) \equiv \frac{p}{w_{paroi}} = \frac{i.(M.\omega - K/\omega) + \nu}{S_{paroi}^2}, \text{ et on peut noter que } Z_{paroi} \text{ est indépendante du choix}$$

de la variable de déformation. Si la zone vibrante de la paroi est localisée à un endroit précis du tube, on pourra combiner l'impédance de la paroi et celle de la colonne d'air pour décrire l'impédance du système couplé air-paroi.

2.3 Couplage entre la colonne d'air et une paroi dont la partie faible est localisée (mode « piston »)

Si la partie vibrante de la paroi est *localisée*, le couplage entre la colonne d'air et un unique mode de vibration de la paroi peut être modélisé par analogie avec un système en T (ou en étoile à trois branches), une des branches étant fermée par un piston relié à un oscillateur à un degré de liberté dont les paramètres d'oscillateur sont ceux du mode de paroi considéré. Le mouvement de la paroi (ou plutôt du piston) se fait sous l'influence de la pression interne dans le tuyau principal. On a alors affaire au système ci-dessous, la branche 2 représentant la paroi, et les branches 1 et 3 représentant les parties amont et aval du tube principal de l'instrument. Ce système peut être considéré comme un cas particulier d'une étoile de trois tubes, avec des conditions aux limites spéciales :



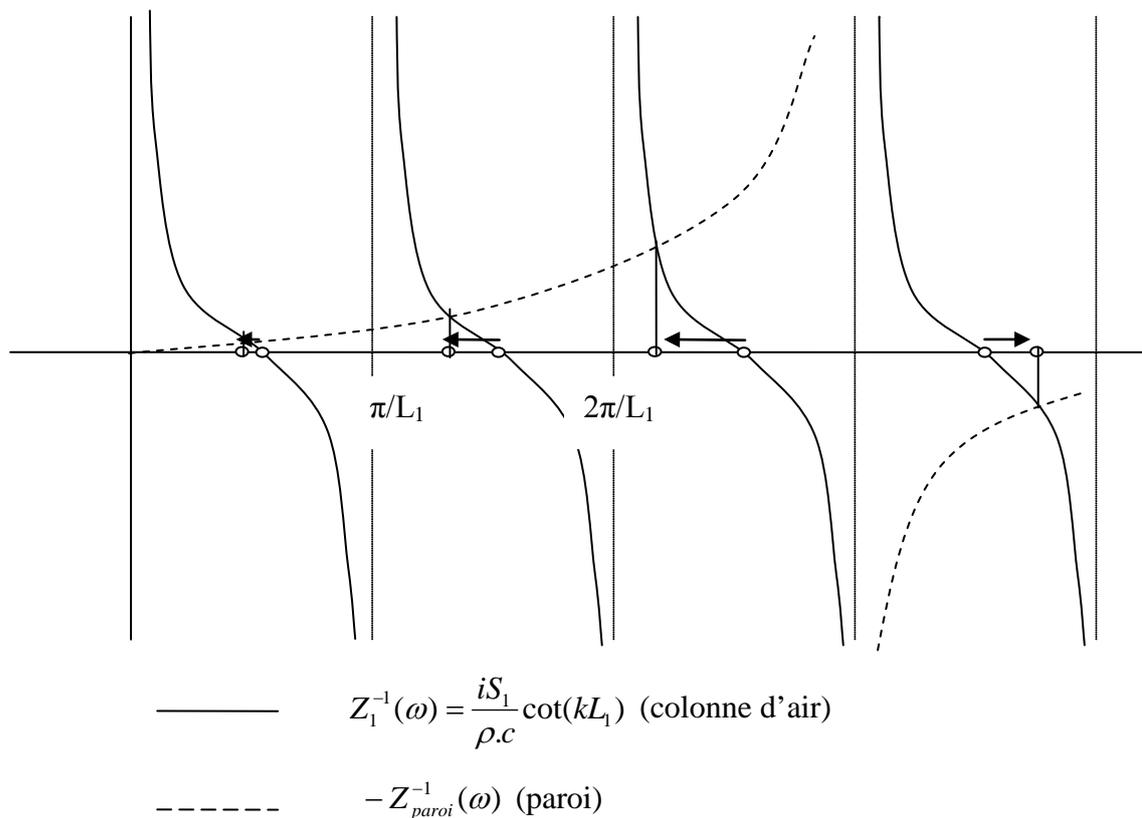
Le système-modèle pour l'étude du couplage air-paroi. Les flèches indiquent la convention d'orientation pour le calcul des impédances.

La partie vibrante de la paroi est représentée par le piston de masse M . La raideur de la paroi pour le mode de paroi considéré est K et son amortissement est ν . Le couplage air-paroi se fait via la prescription $w_{paroi} = i.S_{paroi}.\omega.a_{paroi}$, où w_{paroi} est le débit acoustique induit dans le tube par la vibration de la paroi, et où a_{paroi} est le déplacement de la paroi. Le paramètre S_{paroi} , surface du piston, ou *surface de couplage*, représente la surface de la partie vibrante de la paroi. Cette surface de couplage n'est autre que $S_{paroi} = dV/da$, variation de volume du tube par unité du paramètre de déformation a_{paroi} . Le mouvement oscillatoire du piston obéit à

$$\text{l'équation } Z_{paroi}^{-1} \equiv \frac{i.\omega.S_{paroi}.a_{paroi}}{p} = -\frac{S_{paroi}^2}{i.(M.\omega - K/\omega) + \nu}, \text{ où } p \text{ est la pression acoustique au}$$

niveau de la partie vibrante de la paroi et $Z_{paroi}^{-1}(\omega)$ l'admittance de la paroi. L'admittance au centre de l'étoile de tubes vaut $Z_0^{-1} = Z_1^{-1}(L_1) + Z_{paroi}^{-1} + Z_3^{-1}(L_3)$ et la nullité de la partie imaginaire de cette admittance fixe les fréquences de résonance du système couplé.

Le matériau de la paroi étant en général beaucoup plus dense et rigide que l'air, les paramètres d'oscillateur de la paroi sont en général beaucoup plus grands que ceux de la colonne d'air, ce qui fait que *le couplage air-paroi est faible*, et n'intervient que comme une petite correction dans le calcul de l'impédance ou de l'admittance de la colonne d'air. Comme le montre la forme du dénominateur dans l'expression de l'impédance de paroi, cette correction est d'autant plus petite que la surface de couplage est faible, et que la fréquence est plus éloignée de la fréquence propre du mode de paroi considéré. A basse fréquence (au-dessous de la fréquence de résonance du mode de paroi), la correction décale les fréquences de résonance du système vers le grave ; à haute fréquence (au-dessus de la fréquence de résonance de la paroi), le décalage est au contraire vers l'aigu. Les fréquences de résonance du système global sont donc « repoussées » par la fréquence de résonance de la paroi. On a là un exemple typique de « frequency pulling » dû au couplage (le raisonnement ci-dessus ne tient compte que de l'aspect réactif du couplage, et non de son aspect résistif).



Le diagramme des admittances pour le couplage air-paroi (la branche 3 a été omise). Les points sur l'axe des fréquences indiquent les résonances. Les flèches indiquent le sens du décalage en fréquence induit par le couplage à la paroi.

La quantité d'intérêt pour l'étude acoustique d'un instrument à vent est l'admittance (ou son inverse, l'impédance) à l'embouchure, c'est à dire à l'extrémité amont du tube 1.

Pour un tube cylindrique de section S_{air} , l'admittance à l'embouchure vaut :

$$Z_{emb}^{-1} = -i \frac{S_{air}}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\cos(k \cdot L_1) \cdot \Sigma - S_{air} \cdot \sin(k \cdot L_1)}{\sin(k \cdot L_1) \cdot \Sigma + S_{air} \cdot \cos(k \cdot L_1)}, \text{ avec}$$

$$\Sigma \equiv -i \cdot \rho \cdot c \cdot (Z_{paroi}^{-1} + Z_3^{-1}(L_3)).$$

Si le tube est ouvert au bout, l'admittance de la branche 3 au point de raccordement vaut

$$Z_3^{-1}(L_3) = \frac{i \cdot S_{air}}{\rho \cdot c} \cot(k \cdot L_3).$$

Quelques manipulations algébriques amènent alors à l'expression suivante pour l'admittance à l'embouchure :

$$Z_{emb}^{-1} = -\frac{i \cdot S_{air}}{\rho \cdot c} \cdot \frac{S_{air} \cdot \cos(kL) - i \cdot \rho \cdot c \cdot Z_{paroi}^{-1} \cos(k \cdot L_1) \cdot \sin(k \cdot L_3)}{S_{air} \cdot \sin(kL) - i \cdot \rho \cdot c \cdot Z_{paroi}^{-1} \sin(k \cdot L_1) \cdot \sin(k \cdot L_3)}.$$

où L est la longueur totale du tube. Le couplage air-paroi étant supposé faible, l'admittance Z_{paroi}^{-1} de la paroi est en général petite à toutes les fréquences, de sorte que la fonction

admittance à l'embouchure est proche de $Z_1^{-1}(0) = -\frac{i \cdot S_{air}}{\rho \cdot c} \cdot \cot(k \cdot L)$, à une petite correction

près.

Pour calculer cette correction, deux cas de figure se présentent alors :

Si on a affaire à un instrument à anche solide (cuivre, clarinette, hautbois), les résonances du système sont proches des zéros de la fonction *admittance*. En supposant que le couplage n'apporte qu'une petite perturbation à l'admittance à l'embouchure, et que les résonances du système sont proches de celles de la colonne d'air non couplée à la paroi, l'admittance à l'embouchure perturbée par le couplage peut s'écrire au premier ordre :

$$Z_{emb}^{-1} \approx -\frac{i \cdot S_{air}}{\rho \cdot c} \left[\cot(k \cdot L) - i \cdot \frac{\rho \cdot c}{S_{air}} \cdot Z_{paroi}^{-1} \cdot \frac{\cos(k \cdot L_1) \cdot \sin(k \cdot L_3)}{\sin(k \cdot L)} \right].$$

En remarquant que $L_3 = L - L_1$, le terme $\frac{\cos(k \cdot L_1) \cdot \sin(k \cdot L_3)}{\sin(k \cdot L)}$ se réduit à $\cos^2(k \cdot L_1)$ au

voisinage des résonances de la colonne d'air, et l'admittance à l'embouchure vaut

$$Z_{emb}^{-1} = -\frac{i \cdot S_{air}}{\rho \cdot c} \cot(k \cdot L) - Z_{paroi}^{-1} \cos^2(k \cdot L_1).$$

Le deuxième terme de l'expression représente la correction d'admittance apportée par le couplage air-paroi. Cette correction est faible loin de la fréquence de résonance de la paroi, et grandit au voisinage de cette dernière. A la résonance, la correction est purement résistive.

Comme l'indique sa dépendance en $\cos^2(k \cdot L_1)$, la correction d'admittance dépend de l'endroit où se trouve la partie vibrante de la paroi. Elle est maximale si cette dernière se trouve au voisinage d'un ventre de pression ($\cos^2(k \cdot L_1) = 1$). Elle est nulle si la partie vibrante est au voisinage d'un nœud de pression ($\cos^2(k \cdot L_1) = 0$) : en effet, la pression acoustique, moteur du couplage air-paroi, est nulle à cet endroit.

Le signe de la correction d'admittance dépend de la fréquence à laquelle elle est calculée. Si cette fréquence est inférieure à la fréquence de résonance de la paroi, la correction est positive, et le couplage fait *baisser* les fréquences du système, quel que soit le rang du partiel

considéré. Si au contraire, la fréquence de résonance de la paroi est plus basse que la fréquence en jeu considérée, le couplage fait *monter* les fréquences.

Il peut être difficile dans la pratique de déterminer où se trouve la partie vibrante de la paroi (d'ailleurs, celle-ci peut être répartie). Si on renonce à déterminer L_1 , ou si la vibration de la paroi est répartie le long du tube, on peut donner une valeur forfaitaire ou moyenne de $\frac{1}{2}$ au terme $\cos^2(k.L_1)$. L'admittance du système couplé vaut alors, au voisinage des résonances de la colonne d'air : $Z_{emb}^{-1} \approx -\frac{i.S_{air}}{\rho.c} \cdot \cot(k.L) - \frac{1}{2} \cdot Z_{paroi}^{-1}$.

Si le tube n'est pas cylindrique, l'admittance de la colonne d'air n'est plus exactement une cotangente, mais on peut conserver la même correction d'admittance dans l'équation plus générale :

$$Z_{emb}^{-1}(\omega) = Z_{colonne\ d'air}^{-1} + \Delta(Z^{-1}), \text{ avec } \Delta(Z^{-1}) \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{paroi}^2}{i.(M.\omega - K/\omega) + \nu}.$$

On peut évaluer l'écart en fréquence induit par le couplage, dans l'approximation d'une petite perturbation : il suffit de se souvenir que les fréquences permises sont les zéros de la partie imaginaire de la fonction admittance. Pour un tube cylindrique, la pente de la fonction admittance au voisinage des résonances est $\frac{d \operatorname{Im}(Z^{-1})}{d\omega} = \frac{S_{air} \cdot L}{\rho.c^2}$, et l'écart en fréquence induit

par le couplage est $\Delta\omega = \Delta \operatorname{Im}(Z^{-1}) \cdot \frac{\rho.c^2}{S_{air} \cdot L}$, où $\Delta \operatorname{Im}(Z^{-1})$ est la perturbation d'admittance due

au couplage, évaluée plus haut. Cette prédiction d'écart en fréquence pourra être confrontée à l'expérience.

Si on a affaire à un instrument à anche aérienne (flûte), les résonances du système sont proches des zéros de la fonction *impédance*. En supposant que le couplage n'apporte qu'une petite perturbation à l'impédance à l'embouchure, et que les résonances du système sont proches de celles de la colonne d'air non couplée à la paroi, l'impédance à l'embouchure perturbée par le couplage peut alors s'écrire au premier ordre :

$$Z_{emb} \approx \frac{i.\rho.c}{S_{air}} \left[\tan(k.L) - \frac{i.\rho.c}{S_{air}} Z_{paroi}^{-1} \frac{\sin(k.L_1) \cdot \sin(k.L_3)}{\cos(k.L)} \right].$$

En remarquant que $L_3 = L - L_1$, le terme $\frac{\sin(k.L_1) \cdot \sin(k.L_3)}{\cos(k.L)}$ se réduit à $-\sin^2(k.L_1)$ au voisinage des résonances de la colonne d'air, et l'impédance à l'embouchure vaut

$$Z_{emb} \approx \frac{i.\rho.c}{S_{air}} \cdot \tan(k.L) - \left(\frac{\rho.c}{S_{air}} \right)^2 Z_{paroi}^{-1} \cdot \sin^2(k.L_1).$$

Le deuxième terme de l'expression représente la correction d'impédance apportée par le couplage air-paroi. La correction est maximale au voisinage de la fréquence de résonance de la paroi. A la résonance, la correction est purement résistive.

Comme l'indique sa dépendance en $\sin^2(k.L_1)$, la correction dépend de l'emplacement de la partie vibrante du tube : elle est maximale si la partie vibrante est au voisinage d'un ventre de pression, et s'annule si cette partie vibrante se trouve au voisinage des nœuds de pression de la colonne d'air.

Le signe de la correction d'impédance dépend de la fréquence à laquelle elle est calculée. Si cette fréquence est inférieure à la fréquence de résonance de la paroi, la correction est positive, et le couplage fait baisser les fréquences du système, quel que soit le rang du partiel considéré.

Il peut être difficile dans la pratique de déterminer où se trouve la partie vibrante de la paroi (d'ailleurs, elle peut être répartie). Si on renonce à déterminer L_1 , ou si la vibration de la paroi est répartie le long du tube, on peut donner une valeur forfaitaire ou moyenne de $\frac{1}{2}$ au terme $\sin^2(k.L_1)$. L'impédance du système couplé vaut alors, au voisinage des résonances de la colonne d'air :

$$Z_{emb} \approx \frac{i \cdot \rho \cdot c}{S_{air}} \cdot \tan(k.L) - \frac{1}{2} \left(\frac{\rho \cdot c}{S_{air}} \right)^2 Z_{paroi}^{-1}$$

Si le tube n'est pas cylindrique, l'impédance de la colonne d'air n'est plus exactement une tangente, mais on peut conserver la même correction d'admittance dans l'équation plus générale :

$$Z_{emb}(\omega) = Z_{colonne\ d'air} + \Delta Z, \text{ avec } \Delta Z \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\rho \cdot c}{S_{air}} \right)^2 \frac{S_{paroi}^2}{i \cdot (M \cdot \omega - K / \omega) + \nu}$$

On peut évaluer l'écart en fréquence induit par le couplage, dans l'approximation d'une petite perturbation : il suffit de se souvenir que les fréquences permises sont pour les zéros de la partie imaginaire de la fonction impédance. Pour un tube cylindrique, la pente de la partie imaginaire de la fonction impédance au voisinage des résonances est $\frac{d \operatorname{Im} Z}{d\omega} = \frac{\rho \cdot L}{S_{air}}$, et l'écart

en fréquence induit par le couplage est donc au premier ordre $\Delta\omega = \Delta \operatorname{Im} Z \cdot \frac{S_{air}}{\rho \cdot L}$, où

$\Delta \operatorname{Im} Z$ est la perturbation d'impédance due au couplage. Cette prédiction d'écart en fréquence sera confrontée à l'expérience dans le cas où la zone faible de la paroi est constituée d'une baudruche tendue sur le tube (cf § 2.6).

Qu'on ait affaire à un instrument à anche solide ou à anche aérienne, la correction d'impédance ou d'admittance due au couplage air-paroi prend une importance relative plus grande au voisinage de la fréquence de résonance de la paroi car le dénominateur de ΔZ^{-1} ou ΔZ devient minimal : la contribution de la paroi à l'admittance ou l'impédance globale est alors purement résistive. La paroi absorbe alors l'énergie de la colonne d'air dans ce domaine de fréquence, ce qui peut affecter le timbre du son autoentretenu et nuire à son émission.

Au final, la correction d'impédance due au couplage peut perturber non seulement les fréquences de résonance de la colonne d'air (c'est-à-dire sa *justesse*, pour parler en termes musicaux) mais aussi l'*harmonicité* de ses modes propres, en particulier en cas de coïncidence de fréquence entre un des modes propres de la colonne d'air et un des modes propres du tube. Ce sera alors l'*émission* et le *timbre* du son autoentretenu qui sera affecté (on verra aux § 4 et 5 des expériences qui corroborent cette prédiction).

2.4 Evaluer l'amplitude de vibration de la paroi

Le rapport des amplitudes de vibration entre la paroi et la colonne d'air au droit de la zone faible est dans le rapport des impédances :

$$\frac{a_{paroi}}{a_{air}} = \frac{S_{air}}{S_{paroi}} \frac{Z_3(L_3)}{Z_{paroi}} .$$

L'impédance de paroi Z_{paroi} étant en général beaucoup plus grande que l'impédance de la colonne d'air Z_3 , on attend une amplitude de vibration de paroi nettement plus petite que celle de la colonne d'air. Pour donner un exemple numérique, on évalue ci-dessous l'amplitude de vibration de paroi pour le système étudié dans la partie expérimentale de cet article (cf. le § 2.6 « Expériences sur des tubes à parois localement faibles »).

Dans le cas d'un tube cylindrique, le rapport des amplitudes vaut :

$$\frac{a_{paroi}}{a_{air}} = i \cdot \frac{S_{air}}{S_{paroi}} \cdot \frac{S_{paroi}^2}{i \cdot (M_{paroi} \omega - K_{paroi} / \omega) + \nu_{paroi}} \cdot \frac{\rho \cdot c \cdot \tan(k \cdot L_3)}{S_{air}} .$$

Cette équation permet de donner un ordre de grandeur pour l'amplitude des vibrations de paroi. Typiquement, pour une flûte dans les conditions suivantes :

$$k = \pi / L \text{ (excitation du mode fondamental)}$$

$$\tan(k \cdot L_3) = 1 \text{ (zone vibrante de la paroi située à } 1/4 \text{ de la longueur totale du tube)}$$

$\omega = 2200$ rd/s (tube de flûte cylindrique de 48 cm de longueur acoustique, excité sur son mode fondamental)

$$S_{air} = S_{paroi} = 2.2 \text{ cm}^2$$

$$M = 30 \text{ mg}$$

$$K = 1700 \text{ N/m}$$

$$\nu = 8 \cdot 10^{-2} \text{ Kg/s}$$

Avec ces paramètres de paroi, correspondant à une membrane de baudruche tendue sur un trou dans le tube pour faire une zone vibrante de la taille d'un diamètre de tube, le rapport des

amplitudes de vibration entre la paroi et la colonne d'air vaut $\frac{a_{paroi}}{a_{air}} = 0.14$. On voit sur cet

exemple que même avec une paroi très faible (une baudruche !), l'amplitude de vibration de la paroi reste effectivement petite devant celle de la colonne d'air, quand la fréquence propre du mode de paroi considéré est éloignée de la fréquence de la colonne d'air.

C'est évidemment quand la fréquence de résonance de la paroi coïncide avec une des fréquences de la colonne d'air que le rapport des amplitudes est le plus grand. Analysons ce cas pour déterminer l'expression et l'ordre de grandeur de l'amplitude maximale de la vibration de la paroi.

S'il y a coïncidence de fréquence entre le mode de paroi et le mode aérien, les impédances aérienne et de paroi sont réduites à leur partie réelle ν , et

$$\frac{a_{paroi}}{a_{air}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right) \left(\frac{\nu_{air}}{\nu_{paroi}} \right) .$$

Dans le cas d'un couplage faible, les modes de paroi et les modes de la colonne d'air sont pratiquement orthogonaux, et les facteurs de qualité de ces modes sont alors à peu près bien définis et mesurables séparément. Le rapport des amplitudes de vibration de la colonne d'air et de la paroi à la résonance peut s'exprimer en fonction de ces facteurs de qualité Q_{paroi} et

Q_{air} . En se rappelant que $Q = \frac{\sqrt{M \cdot K}}{\nu}$ pour la colonne d'air comme pour la paroi, on trouve

un produit de trois rapports :

$$\frac{a_{paroi}}{a_{air}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right) \left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \right) \left(\frac{M_{air}}{M_{paroi}} \right) = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right) \left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \right) \left(\frac{K_{air}}{K_{paroi}} \right) = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right) \left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \right) \left(\frac{M_{air} \cdot K_{air}}{M_{paroi} \cdot K_{paroi}} \right)^{1/2}$$

où S_{paroi} est la surface de couplage, S_{air} la section de la colonne d'air, et M_{paroi} , M_{air} , K_{paroi} , K_{air} les masses et raideurs effectives des modes de la paroi et de la colonne d'air.

Appliqué au système « tube à parois en baudruche » avec les paramètres choisis plus haut, le calcul du rapport des amplitudes de vibration entre la paroi et la colonne d'air donne alors $\frac{a_{paroi}}{a_{air}} \approx 1$. On voit sur cet exemple que dans des cas pathologiques comme celui de la paroi « baudruche », l'amplitude de vibration de la paroi peut être importante. Cependant, dans des cas plus proches de ceux d'instruments à vent réels, la valeur attendue pour les trois rapports de l'expression ci-dessus est petite : le rapport S_{paroi}/S_{air} entre surface de couplage et section de la colonne d'air est de l'ordre de 1 pour la plupart des modes de paroi candidats au couplage (cela sera justifié en détail dans les § 3 et 4) ; le rapport des facteurs de qualité Q_{paroi}/Q_{air} est en général bien inférieur à 1 car les vibrations de paroi sont très amorties, l'instrument étant le plus souvent tenu à la main ; et M_{air}/M_{paroi} est lui aussi très inférieur à 1 car les parois sont en général beaucoup plus massives que la colonne d'air. Dans la plupart des cas pratiques, l'amplitude de vibration de paroi est donc beaucoup plus petite que celle de la colonne d'air.

2.5 Aspects énergétiques du couplage

Les rapports paroi/air

L'énergie du système couplé est contenue pour partie dans la colonne d'air, et pour partie dans la paroi.

Pour les modes acoustiques de la colonne d'air, l'énergie stockée dans le résonateur est d'ordre:

$$E_{air} \approx \frac{1}{2} \cdot M_{air} \cdot \omega^2 \cdot a_{air}^2,$$

où M_{air} est la masse totale de la colonne d'air et a_{air} l'amplitude de vibration quadratique moyenne du résonateur.

L'énergie emmagasinée dans la paroi est

$$E_{paroi} \approx \frac{1}{2} \cdot M_{paroi} \cdot \omega^2 \cdot a_{paroi}^2$$

où M_{paroi} est la masse totale de la colonne d'air et a_{paroi} l'amplitude de vibration quadratique moyenne de la paroi.

Le rapport entre les énergies emmagasinées dans la colonne d'air et dans la paroi est donc

$$\frac{E_{paroi}}{E_{air}} = \frac{M_{paroi}}{M_{air}} \cdot \frac{a_{paroi}^2}{a_{air}^2}.$$

Pour un tube cylindrique et une zone faible de la paroi localisée, l'évaluation du rapport des amplitudes de vibration faite plus haut (§ 2.4) permet d'écrire :

$$\frac{E_{paroi}}{E_{air}} = \frac{M_{paroi}}{M_{air}} \cdot \frac{S_{paroi}^2}{|i.(M\omega - K/\omega) + \nu|^2} \cdot (\rho.c.\tan(k.L_3))^2.$$

Loin de la résonance de la paroi, le dénominateur de cette expression est grand, ce qui signifie que presque toute l'énergie du système couplé est dans la colonne d'air.

Si on se place dans les conditions les plus favorables pour le couplage, c'est à dire dans le cas de coïncidence en fréquence entre résonances du mode de la paroi et de la colonne d'air, le rapport E_{paroi}/E_{air} entre les énergies stockées dans la paroi et dans la colonne d'air peut s'écrire en fonction des facteurs de qualité des modes non couplés de la colonne d'air et de la paroi, et vaut

$$\frac{E_{paroi}}{E_{air}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}}\right)^2 \cdot \left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}}\right)^2 \cdot \frac{M_{air}}{M_{paroi}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}}\right)^2 \cdot \left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}}\right)^2 \cdot \frac{K_{air}}{K_{paroi}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}}\right)^2 \cdot \left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}}\right)^2 \cdot \left(\frac{M_{air} \cdot K_{air}}{M_{paroi} \cdot K_{paroi}}\right)^{1/2}$$

On a là encore un produit de trois rapports qui ressemble à celui des amplitudes de vibration de la paroi et de la colonne d'air évoqué au § 2.4. La même analyse peut être faite : elle montre que, même à la résonance, l'énergie vibratoire contenue dans la paroi est en général bien inférieure à celle contenue dans la colonne d'air. Ce constat est cohérent avec notre hypothèse de couplage faible.

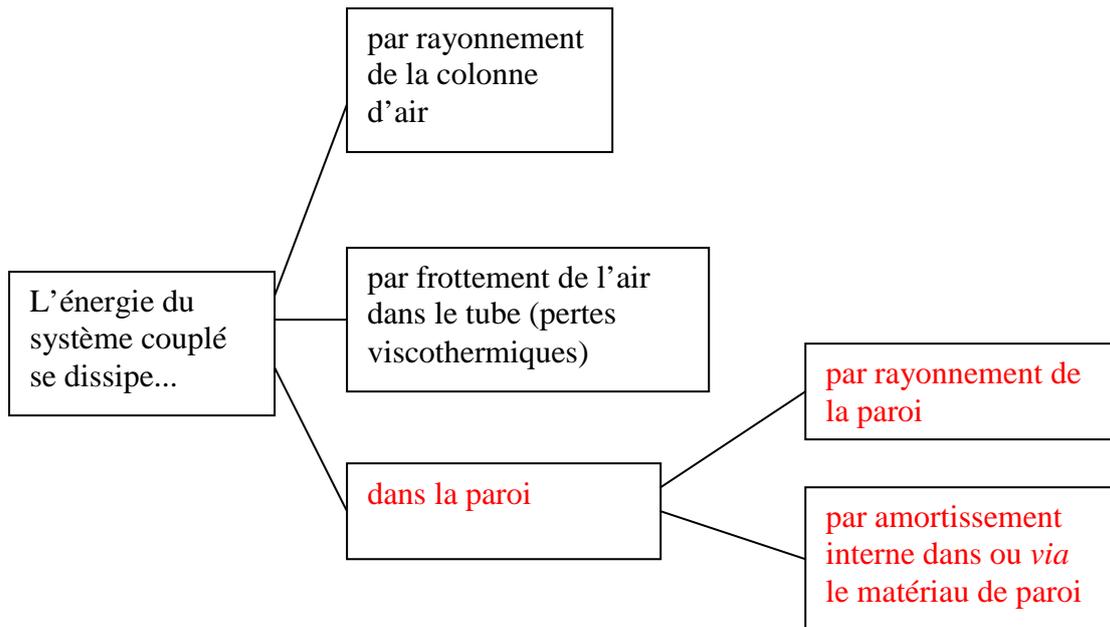
Le rapport P_{paroi}/P_{air} entre les puissances dissipées dans la paroi et dans la colonne d'air vaut :

$$\frac{P_{paroi}}{P_{air}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}}\right)^2 \cdot \frac{\nu_{air}}{\nu_{paroi}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}}\right)^2 \cdot \frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \cdot \left(\frac{M_{air} \cdot K_{air}}{M_{paroi} \cdot K_{paroi}}\right)^{1/2}.$$

Le même genre d'analyse que précédemment sur l'ordre de grandeur des trois facteurs de cette expression montre que la puissance dissipée dans ou *via* la paroi est en général inférieure à celle dissipée dans la colonne d'air.

Le schéma dissipatif

L'énergie du système couplé se dissipe selon le schéma suivant :



Le schéma de dissipation de l'énergie du système couplé air-paroi, avec en rouge les modes de dissipation apportés par le couplage.

Analyse des contributions à la dissipation

Dans ce qui suit, on se propose d'analyser les différentes contributions à la dissipation d'énergie.

En l'absence de couplage à la paroi, la puissance dissipée par la colonne d'air est la somme d'un terme de dissipation par rayonnement et d'un terme de dissipation viscothermique:

$P_{air} = P_{ray\ air} + P_{visco}$. Le premier terme domine à haute fréquence, le second à basse fréquence.

Le facteur de qualité global de la colonne d'air pour un instrument typique est de l'ordre de $Q_{air} \approx 30$.

La puissance dissipée par la paroi est, elle aussi, la somme d'un terme de dissipation par rayonnement et d'un terme de dissipation par viscosité interne : $P_{paroi} = P_{ray\ paroi} + P_{amort\ int}$. Le premier terme (rayonnement de paroi) peut être évalué facilement puisque l'amplitude de vibration de la paroi est connue ainsi que la surface vibrante. L'amplitude de vibration de la paroi étant en général plus petite que l'amplitude de vibration de la colonne d'air, la puissance rayonnée par la paroi est en général bien inférieure à la puissance rayonnée par la colonne d'air. Le second terme (amortissement interne) est beaucoup plus difficile à évaluer théoriquement car le tube d'un instrument à vent est généralement tenu à la main, ce qui contribue à son amortissement. Si c'est la main qui amortit, et non le matériau de paroi lui-même, on peut parler d'amortissement interne *via* la paroi. Pour un instrument tenu à la main, c'est généralement ce dernier terme qui domine l'amortissement des modes de paroi. En l'absence de couplage à la colonne d'air, le facteur de qualité global d'un mode de paroi typique est de l'ordre de 5 à 10. Ces chiffres seront justifiés plus en détail au § 3.5, par des mesures de largeur de raie et de temps caractéristique d'amortissement du son frappé.

Le facteur de qualité du système couplé est défini par

$$Q_{total}^{-1} \equiv \frac{1}{\omega} \cdot \frac{P_{air} + P_{paroi}}{E_{air} + E_{paroi}}$$

On a vu plus haut que $P_{paroi} < P_{air}$ et $E_{paroi} \ll E_{air}$, d'où l'approximation

$$Q_{total}^{-1} \approx Q_{air}^{-1} \cdot \left(1 + \frac{P_{paroi}}{P_{air}} - \frac{E_{paroi}}{E_{air}}\right).$$

On s'intéresse surtout au cas où il y a coïncidence entre la fréquence en jeu et la fréquence propre du mode de paroi : si cette coïncidence n'est pas réalisée, la paroi vibre peu et, du point de vue énergétique, tout se passe comme s'il n'y avait pas couplage.

Dans l'hypothèse de coïncidence de fréquence entre mode aérien et mode de paroi, on peut utiliser les rapports de puissance et d'énergie évalués plus haut pour écrire l'expression du facteur de qualité global du système couplé :

$$Q_{total}^{-1} = Q_{air}^{-1} \left[1 + \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right)^2 \frac{v_{air}}{v_{paroi}} \cdot \left(1 - \frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \right) \right].$$

Le deuxième terme du crochet est la correction du facteur de qualité induite par le couplage air-paroi. Comme on le verra un peu plus loin (§ 3.5), les sonagrammes de sons frappés renseignent sur la valeur du facteur de qualité des modes de paroi. Ils indiquent que, pour un tube tenu à la main, le temps de décroissance des modes de paroi est inférieur à celui des modes aériens, donc $Q_{paroi} < Q_{air}$: le terme correctif est positif, ce qui signifie que le facteur de qualité du système couplé est inférieur à celui de la colonne d'air du système non couplé. En d'autres termes, le couplage à la paroi amortit les vibrations aériennes. Les vibrations de la paroi volent de l'énergie à la colonne d'air.

A condition de savoir donner une valeur numérique aux paramètres du modèle (en particulier aux paramètres d'oscillateur de la paroi), le formalisme assez général déroulé ci-dessus peut servir à analyser l'influence des vibrations de la paroi sur le comportement des instruments à vent, permettant ainsi d'aller au-delà de l'approximation des parois parfaitement rigides qui sert habituellement de cadre au calcul de ces instruments. On donnera aux § 4 et 5 une évaluation des paramètres d'oscillateur des modes de paroi pour les deux modes les plus susceptibles de se coupler à la colonne d'air sur des instruments à vent réels : le mode quadrupolaire de coque et le mode de flexion de coude « diapason ».

Le formalisme du couplage colonne d'air-paroi étant maintenant établi, il est temps de revenir à l'expérience pour mettre des chiffres sur toutes ces formules et tester le modèle.

2.6 Expériences sur des tubes à parois localement faibles

Il s'agit ici de confronter théorie et expérience sur un système aussi proche que possible du système modélisé : celui d'une paroi affaiblie *localement*. Pour cela, je reviens sur les expériences faites sur les tuyaux à membrane (cf. § 1.3) pour faire une analyse quantitative des mesures de justesse de ces tuyaux. Pour rappel : j'ai ouvert une fenêtre d'environ 2.5 cm² dans un tube en PVC de diamètre 17 mm, et j'ai recouvert cette fenêtre d'une membrane en latex, enfilée sur le tube comme un doigt de gant pour faire la zone faible de la paroi. La fréquence propre de la membrane est mesurable en analysant le son produit en la pinçant ou en la frottant. Cette fréquence varie avec la tension de la membrane. En l'occurrence, j'ai retenu une fréquence voisine de 1200 Hz. Le tube PVC a ensuite été raccordé à une tête de

flûte à bec alto. On a mesuré à l'accordeur électronique les fréquences en jeu des deux premiers partiels de ce système pour diverses positions de la zone faible le long du tube, la longueur acoustique totale du système entier étant maintenue constante à 480 mm.

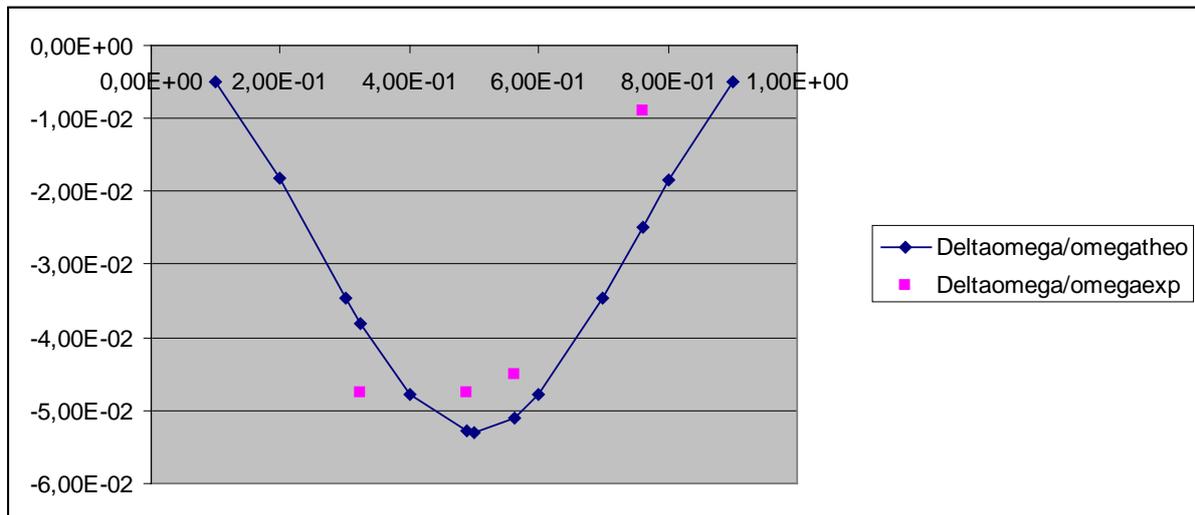
En l'absence de zone faible, les fréquences des deux premiers partiels sont 375 et 750 Hz.

La dimension caractéristique de la fenêtre est $H = 1.6 \text{ cm}$; la tension de la membrane T est d'environ 110 N/m , sa masse surfacique σ est de 0.15 Kg/m^2 . La pulsation théorique de son

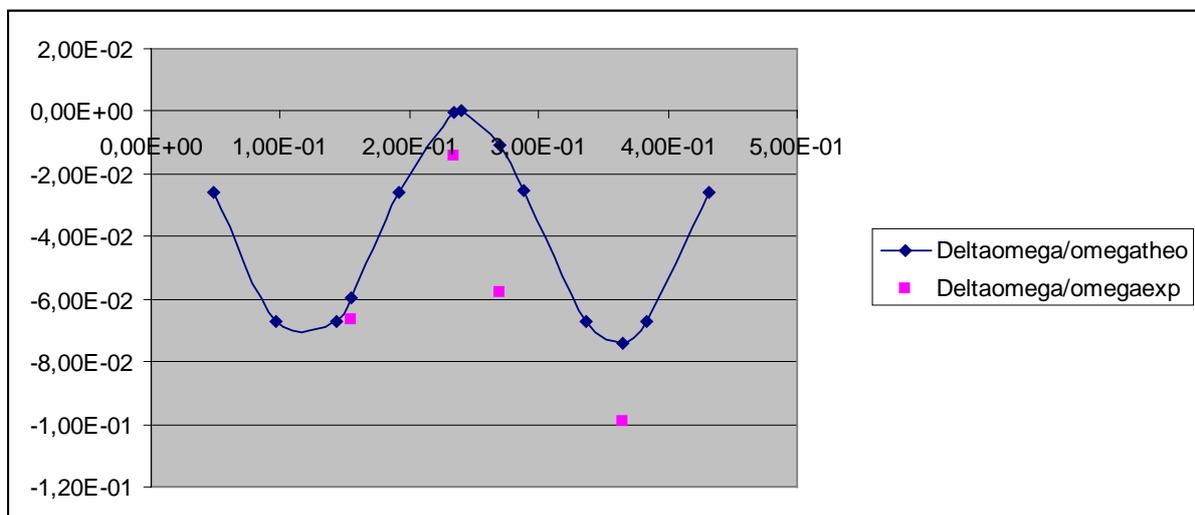
mode fondamental est $\omega_{11} = \pi\sqrt{2}\sqrt{\frac{T}{\sigma}} \cdot \frac{1}{H}$, voisine de 7500 rd.s^{-1} . Cette valeur est confirmée à

15% près par la mesure à l'accordeur électronique de la fréquence propre de la membrane montée sur une bague courte.

La largeur de raie du mode (0,0) de la membrane, mesurée sur spectrogramme avec le logiciel Soundforge est d'environ 2500 rd.s^{-1} . Ces données permettent d'attribuer à la membrane les paramètres d'oscillateur suivants, utilisables dans le modèle de cet article : $M = 3.10^{-5} \text{ kg}$, $K = 1.7 \cdot 10^3 \text{ N.m}^{-1}$, $S_{paroi} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $v = 8 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.s}^{-1}$. Avec ces paramètres, le formalisme du § 2.3 permet de calculer l'écart relatif en fréquence induit par le couplage, sur les deux premiers partiels de la colonne d'air.



La comparaison théorie-expérience sur le changement relatif de fréquence du fondamental induit par le couplage air-paroi en fonction de la position de la zone faible le long du tube.

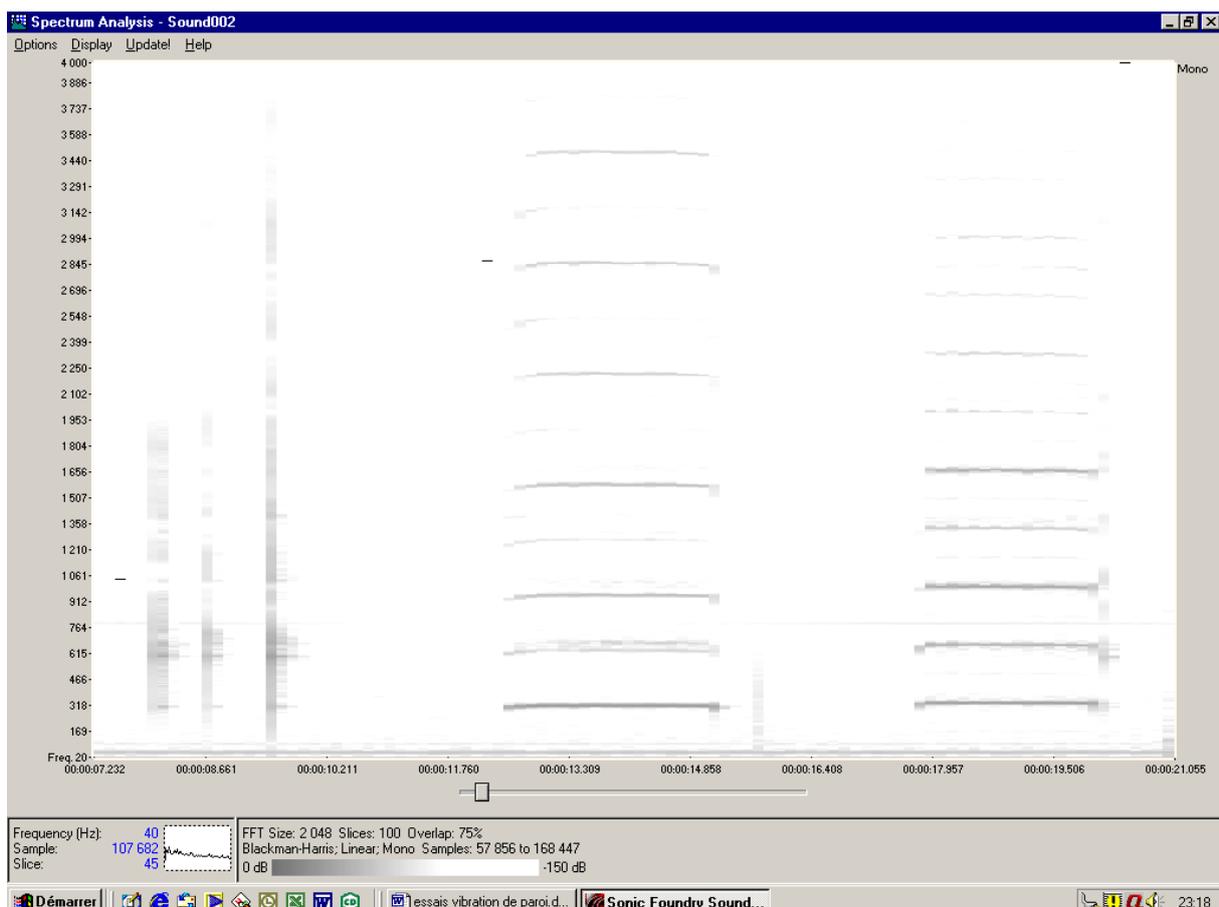


La comparaison théorie-expérience sur le changement relatif de fréquence du partiel 2 induit par le couplage en fonction de la position de la zone faible le long du tube.

L'incertitude relative sur les fréquences mesurées est de l'ordre de 1% soit 20 cents. On constate que le couplage air-paroi abaisse toutes les fréquences, et que l'abaissement dépend de la position de la membrane. Si on excite le tube sur le mode fondamental, l'abaissement de fréquence mesuré est plus fort quand la zone faible se situe près du milieu du tube, alors qu'il est quasi-nul à cet endroit si on excite le tube sur le partiel 2. Tout ceci est cohérent si on se souvient que le couplage air-paroi produit des effets importants si la zone faible est au voisinage d'un ventre de pression.

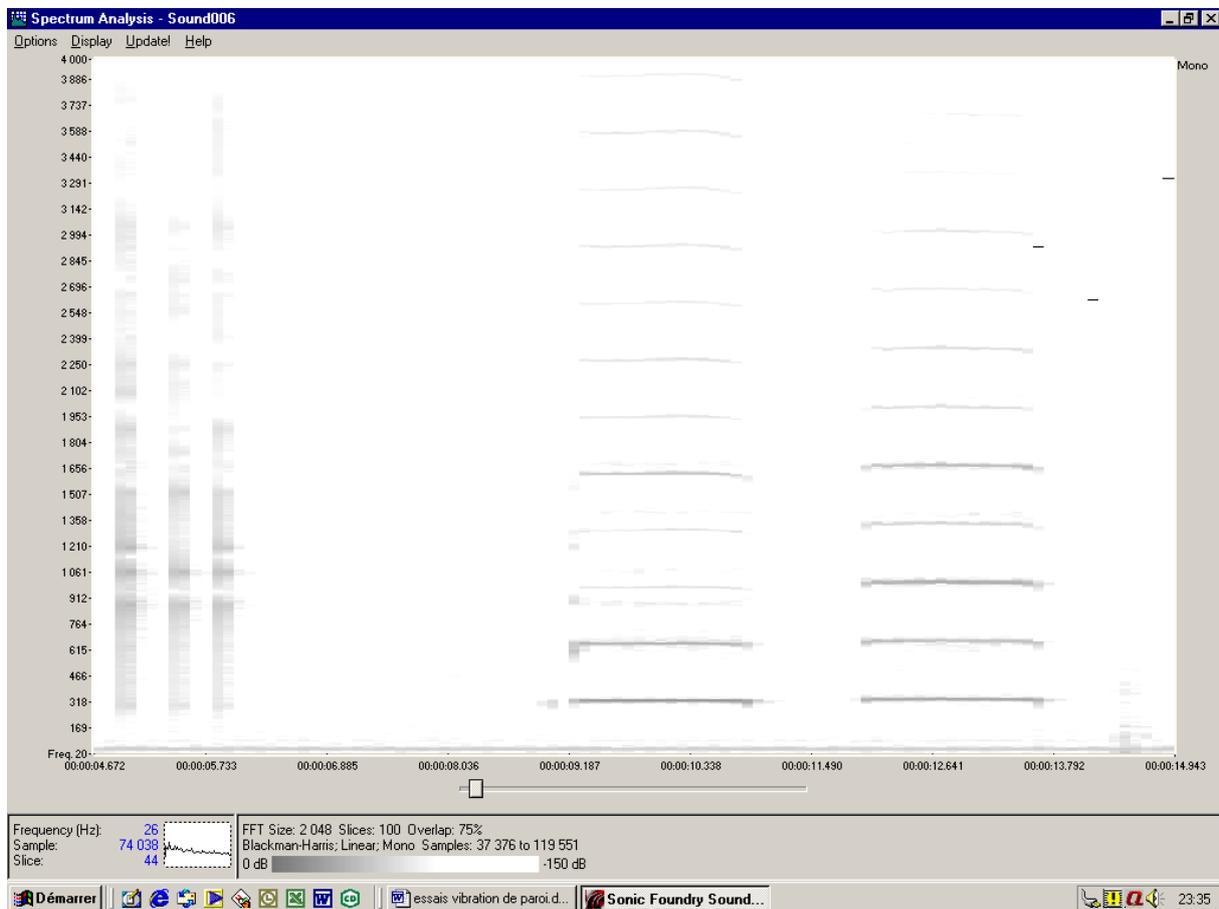
La théorie reproduit à peu près, sans paramètre libre, la valeur absolue de la correction de fréquence induite par le couplage, ainsi que sa dépendance en fonction de la position de la zone faible.

Je m'intéresse maintenant à l'énergétique du couplage, toujours sur des tubes fermés par de la baudruche, tuyaux à parois localement faibles. Je règle la tension de la membrane jusqu'à obtenir coïncidence entre la fréquence de résonance de la membrane et un des harmoniques du son soufflé. J'ai d'abord réglé la tension de la membrane pour que sa fréquence propre soit autour de 615 Hz, proche de l'harmonique 2 du son fondamental du tuyau.



Le spectre du son de la paroi frappée (à gauche), puis du son soufflé avec couplage (au milieu) puis du son soufflé sans couplage (à droite).

Le couplage induit une différence de hauteur, et inhibe fortement l'harmonique 2, qui se trouve au voisinage de la résonance de la paroi vers 615 Hz. Le son avec couplage est beaucoup moins clair.



Le même spectre que précédemment, mais ici, la tension de la membrane a été augmentée.

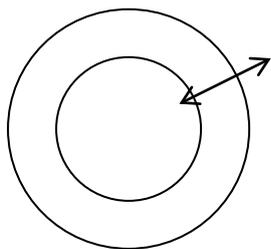
Si on augmente la tension de membrane pour amener le mode de paroi au voisinage de 1000 Hz, soit près de l'harmonique 3 du son soufflé, ce dernier disparaît pratiquement du spectre. Le timbre et l'émission sont très altérés.

L'expérience confirme donc qualitativement la prédiction théorique : la paroi vole de l'énergie à la colonne d'air au voisinage de ses résonances. Ce vol se fait au détriment du timbre et de l'émission du son soufflé.

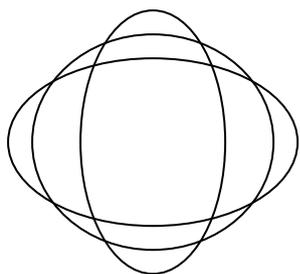
3 Zoologie des modes de paroi. Modes propres de vibration de la paroi d'un tube

Pour décrire la vibration d'un tube, plusieurs types de modes de paroi sont à prendre en considération *a priori* : modes de coque, modes de flexion de poutre, modes longitudinaux. On cherche ici à reconnaître les modes les plus susceptibles de se coupler aux vibrations de la colonne d'air.

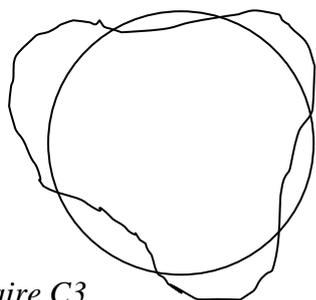
3.1 Pour les modes de coque (C), le tube oscille selon le schéma suivant :



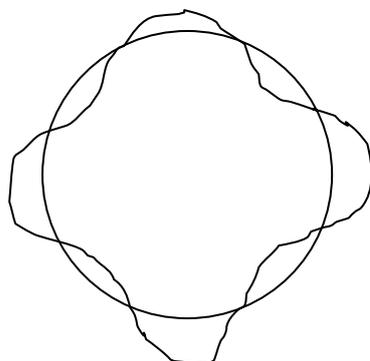
Mode monopolaire C0



Mode quadrupolaire C2



Mode hexapolaire C3



Mode octupolaire C4

Dans l'approximation d'un tuyau à paroi mince, la pulsation des modes multipolaires de coque vaut :

$$\omega_C = n \cdot \frac{e}{R^2} \sqrt{\frac{3E}{4\rho_t}}$$

où R est le rayon du tube, ρ_t la densité de sa paroi et E le module d'Young, et où n = 2, 3, 4 pour les modes quadru-, hexa- et octupolaires respectivement.

Le mode monopolaire a pour pulsation : $\omega_{C0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{E}{\rho_t}}$.

On peut remarquer que la pulsation de ces modes de coque est indépendante de la longueur du tube. On remarque également que, hormis le mode monopolaire, les pulsations propres de ces modes sont dans un rapport harmonique, c'est à dire multiples les unes des autres.

Application numérique pour un tuyau en aluminium, de rayon 7 mm, d'épaisseur de paroi 0.85 mm ($E = 70$ GPa, $\rho_t = 3000$ Kg m⁻³) :

Fréquence du mode monopolaire = 110 000 Hz

Fréquence du mode quadrapolaire = 10 500 Hz

F hexapolaire = 3/2 Fquadrapolaire = 15 750 Hz

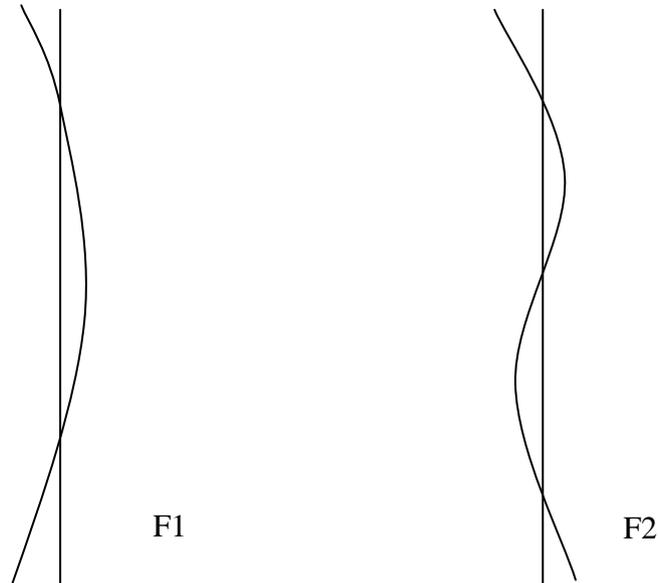
F octupolaire = 2 Fquadrapolaire = 21 000 Hz.

Avec ces caractéristiques de tube, on peut oublier le mode monopolaire, qui résonne dans le domaine des ultrasons. Les modes multipolaires sont eux aussi à des fréquences trop élevées pour avoir une grande influence sur le comportement de la colonne d'air. Par contre, sur des tubes à parois minces faits dans des matériaux souples (PVC électrique), les modes quadru-, hexa- et octupolaire tombent à des fréquences de l'ordre de quelques kHz, zones où l'oreille est sensible.

De même, des tubes ou des anneaux métalliques de grand diamètre (disons 5 à 10 cm, ce qui correspond aux pavillons de cuivres) ont des modes multipolaires à des fréquences nettement plus basses, d'où un couplage éventuel entre la colonne d'air et les pavillons de cuivres.

Un tel couplage est seulement éventuel, car il ne peut exister que *via* des défauts de symétrie du tube : les raisons de symétrie font que le mode monopolaire est le seul mode théoriquement couplé à la colonne d'air d'un tuyau droit de section parfaitement circulaire (la pression acoustique de la colonne d'air tend à dilater le tube qui l'enferme). Cependant, le mode monopolaire est trop haut en fréquence pour influencer le comportement de l'instrument (réf. 10). Quant aux modes multipolaires de coque, on verra dans la suite de l'exposé (cf. § 4) qu'ils sont bel et bien excités dans la pratique pour les tubes « imparfaits » dont la section n'est pas exactement circulaire.

3.2 Pour les modes de flexion de poutre (F), dans l'approximation d'un tube allongé (diamètre petit devant la longueur) libre à ses extrémités, le tube se comporte comme une tige (ou poutre allongée) qui oscille selon le schéma suivant :



Premier et second mode de flexion de poutre

Pour un tube à parois minces, la pulsation des modes de flexion de poutre est

$$\omega_F = 15.8 A \cdot \frac{R}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho_t}},$$

avec $A = 1.00, 2.76, 5.40, 8.93, 13.34$ pour les cinq premiers modes.

Application numérique : pour le même tube d'aluminium que précédemment (longueur 32 cm), la fréquence du premier mode de flexion tombe à 850 Hz, celle du second à 2300 Hz et celle du troisième à 4350 Hz. On remarque que la fréquence des modes de flexion est indépendante de l'épaisseur du tube. D'autre part, ces modes tombent à des fréquences utilisées musicalement, ce qui en fait d'intéressants candidats au couplage. Mais, là encore, les raisons de symétrie font que les modes de flexion ne sauraient être couplés à la colonne d'air pour un tube parfaitement droit. Seuls des défauts de symétrie (tuyau courbe, ou coudé) peuvent permettre une excitation de ces modes de paroi par la colonne d'air. On examinera plus en détail au § 5 le couplage air-paroi de ces modes de poutre sur l'exemple d'un de leurs cousins : le mode de flexion de coude.

3.3 Modes longitudinaux (L)

Il s'agit de modes de compression analogues à ceux qui se propagent dans un ressort à boudin ou dans une colonne d'air.

La pulsation de ces modes (pour un tuyau libre aux deux extrémités) est

$$\omega_L = \frac{n \cdot \pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho_t}},$$

où n est le n° du mode.

L'application numérique pour un tube d'aluminium de longueur $l = 32$ cm (avec $\sqrt{E/\rho} = 4.4 \cdot 10^3$ m².s⁻¹) donne une fréquence $f = 13200, 26400, 39600$ Hz pour les trois premiers modes.

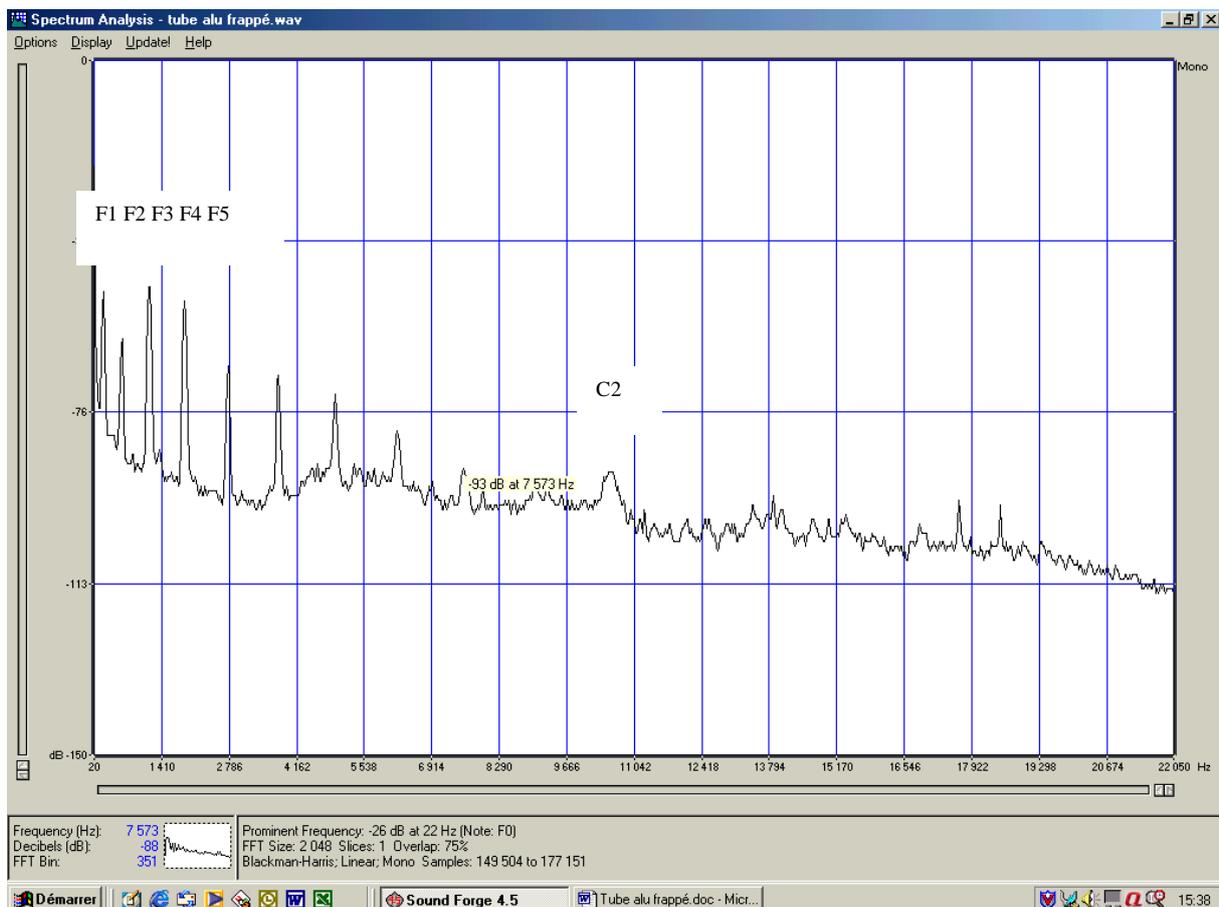
Pour un tube métallique, la vitesse de propagation des ondes longitudinales dans le métal est beaucoup plus grande que dans l'air (10 à 15 fois), la fréquence de ces modes longitudinaux est donc très élevée. Le couplage de ces modes avec les modes de la colonne d'air est donc probablement très difficile.

3.4 Autres modes

D'autres modes de paroi sont encore envisageables, comme par exemple les modes de torsion axiale du tube. Comme les modes longitudinaux ci-dessus, eux aussi sont probablement trop hauts en fréquence pour se coupler efficacement aux modes de la colonne d'air, c'est pourquoi nous les négligerons par la suite.

3.5 Le spectre du son frappé

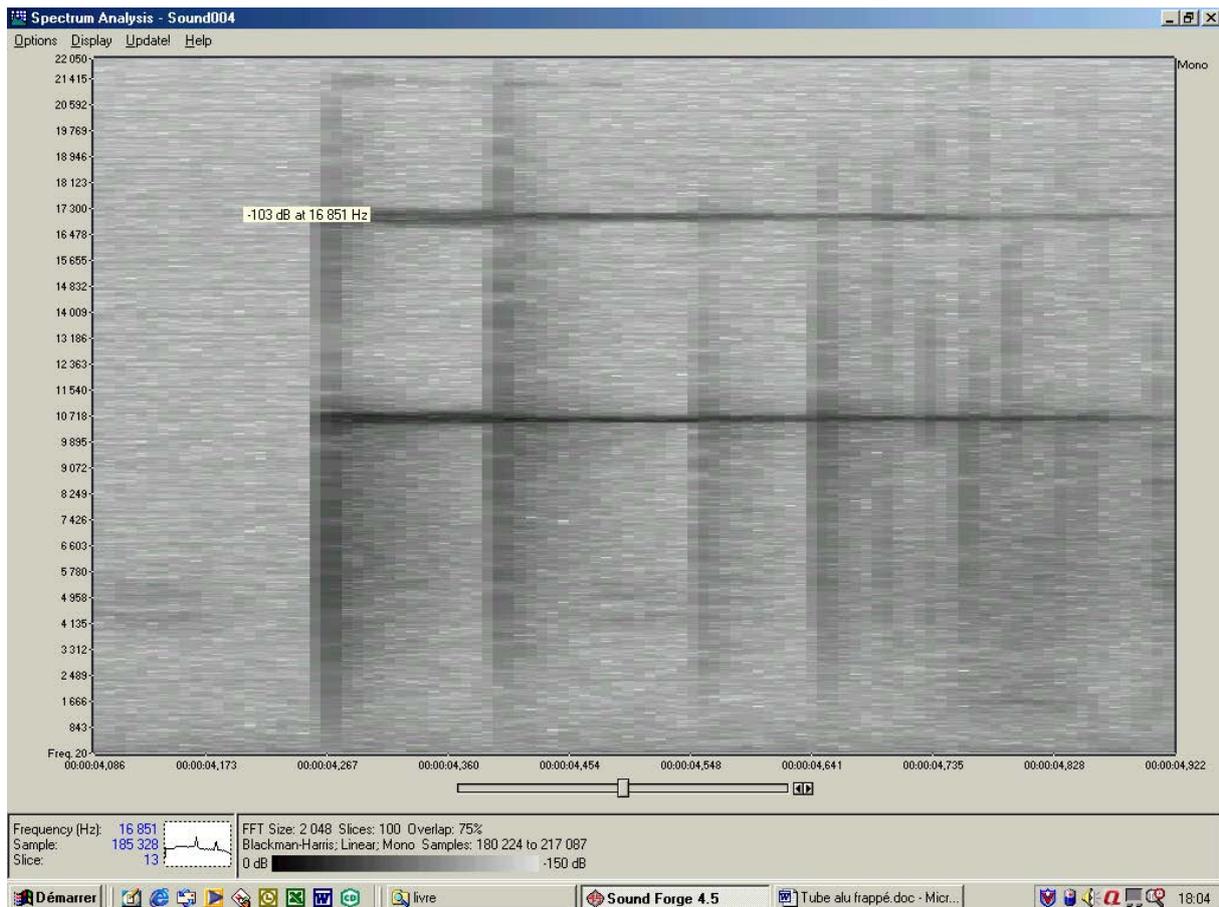
Le spectre des modes de paroi des tubes a été étudié en frappant des tubes de différentes longueurs et diamètres, et en analysant le spectre du son produit grâce au logiciel Soundforge.



Spectre du son frappé d'un tube alu de 64 cm de longueur. Ici, le tube a été frappé en vol, pour garder des conditions aux limites simples et avoir aussi peu d'amortissement que possible.

Les premières fréquences sont à 213, 601, 1157, 1884, 2755, 3772, 4934, 6217, 7573, 10500 Hz etc....

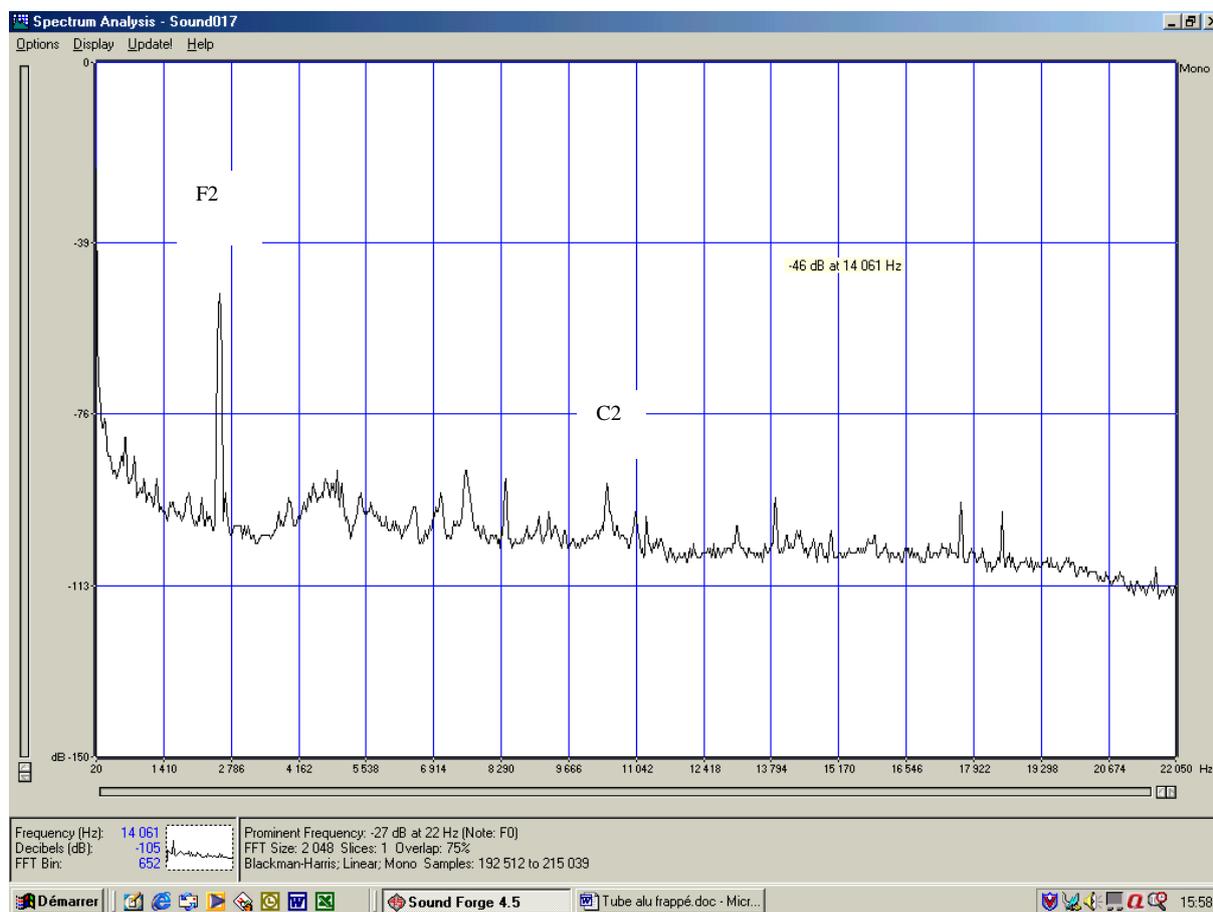
Dans cet affreux fouillis où tous les modes de paroi sont excités, on peut identifier les premiers pics comme étant les modes de flexion de poutre F1, F2, F3, F4, F5 car leurs rapports de fréquence 1; 2.76; 5.40; 8.93; 13.34 sont ceux attendus théoriquement. Un pic à 10500 Hz apparaît sur ce diagramme mais il décroît très vite (il est très large). Comme on le justifiera ci-dessous, il correspond au mode de coque quadrupolaire C2. En effet, on l'observe également sur le spectre d'une bague courte (théoriquement, sa fréquence ne dépend pas de la longueur du tube).



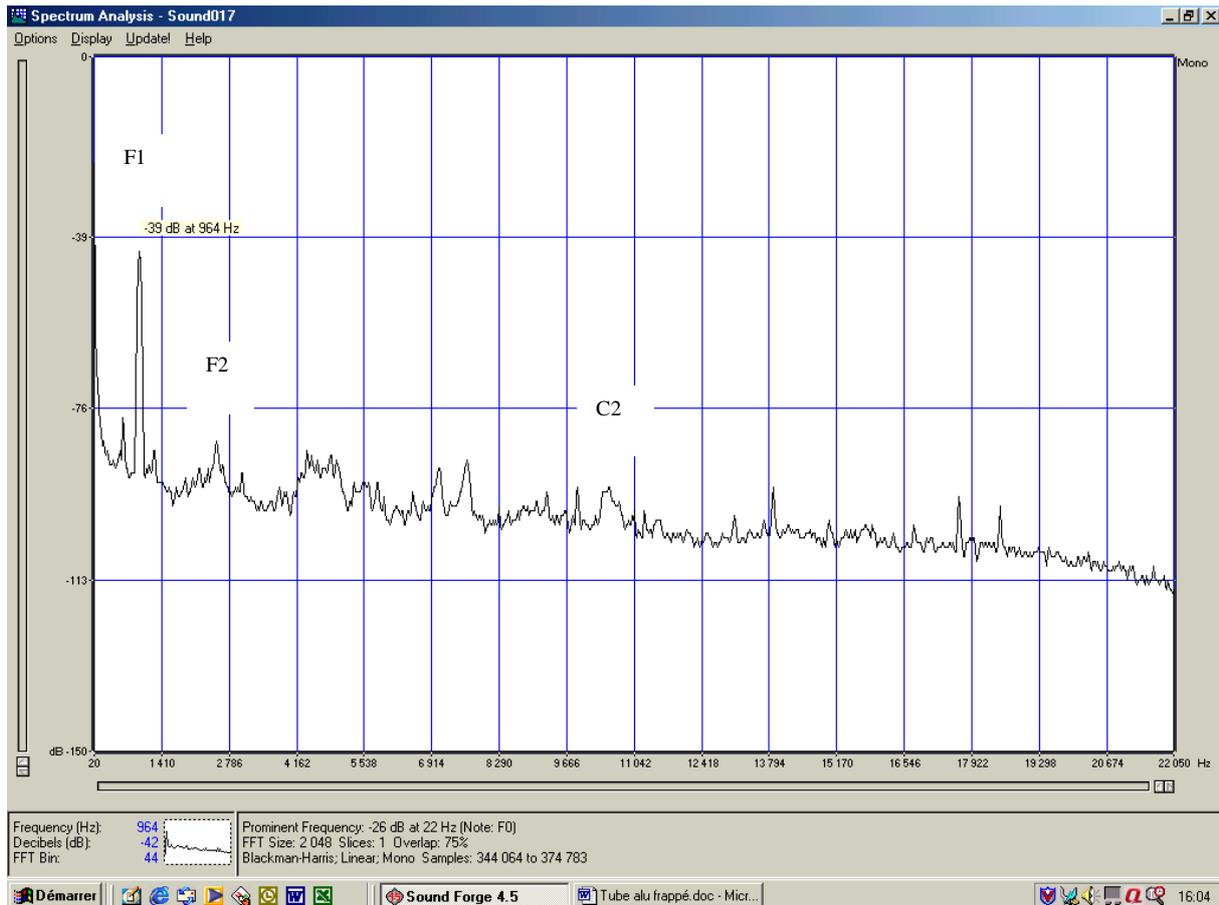
Spectre de son frappé de la bague courte. Les barres verticales dans le spectre correspondent aux rebonds de la bague sur le carrelage du sol.

On y voit beaucoup plus clair, car tous les modes F et L sont rejetés à très haute fréquence; seuls restent observables les modes C. Deux modes seulement apparaissent, à 10500 et 16500 Hz. Les deux pics apparaissent à ces fréquences quelle que soit la longueur du tube, pourvu qu'il reste court. Il s'agit des modes de flexion de coque quadrupolaire C2 et hexapolaire C3 respectivement.

On s'en serait douté, le spectre dépend de la façon dont on excite le tube :



Spectre du son frappé d'un tube alu de 30 cm de longueur. Ici, on a tenu le tube par le milieu, moyennant quoi c'est le mode F2 à 2513 Hz qui sort de façon prépondérante. Ce mode est peu amorti, probablement parce qu'il présente un nœud de vibration au milieu du tube. Le mode quadrupolaire C2 à 10 500 Hz sort également. On observe un fort élargissement de certains pics, associé à l'amortissement imposé par la main qui tient le tube.



Voici le spectre du même tube de 30 cm, frappé d'une autre façon et tenu à la main au tiers de sa longueur. Le mode à 939 Hz est le premier mode de flexion de poutre F1. Le mode quadrupolaire de coque C2 à 10 500 Hz est toujours excité.

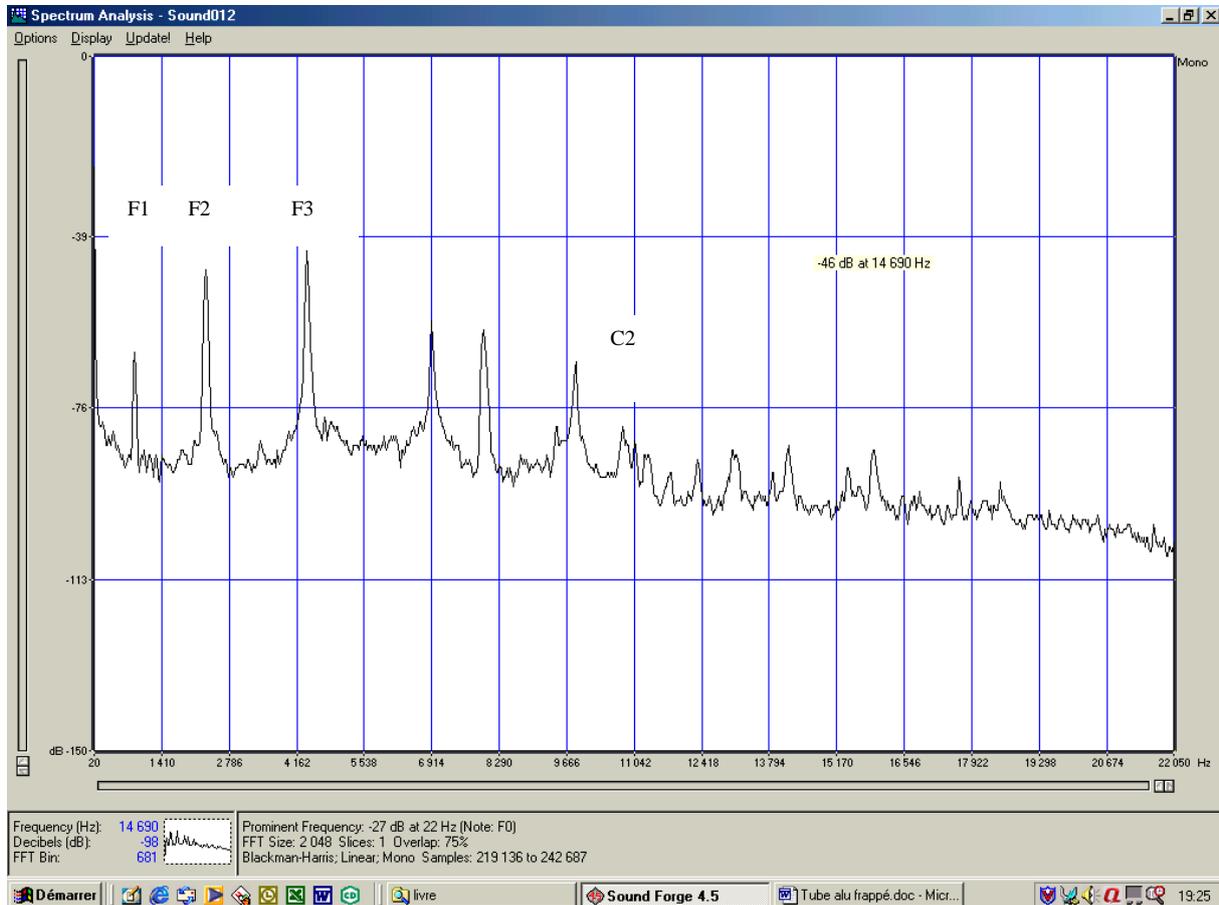
A propos de la largeur des bandes d'absorption

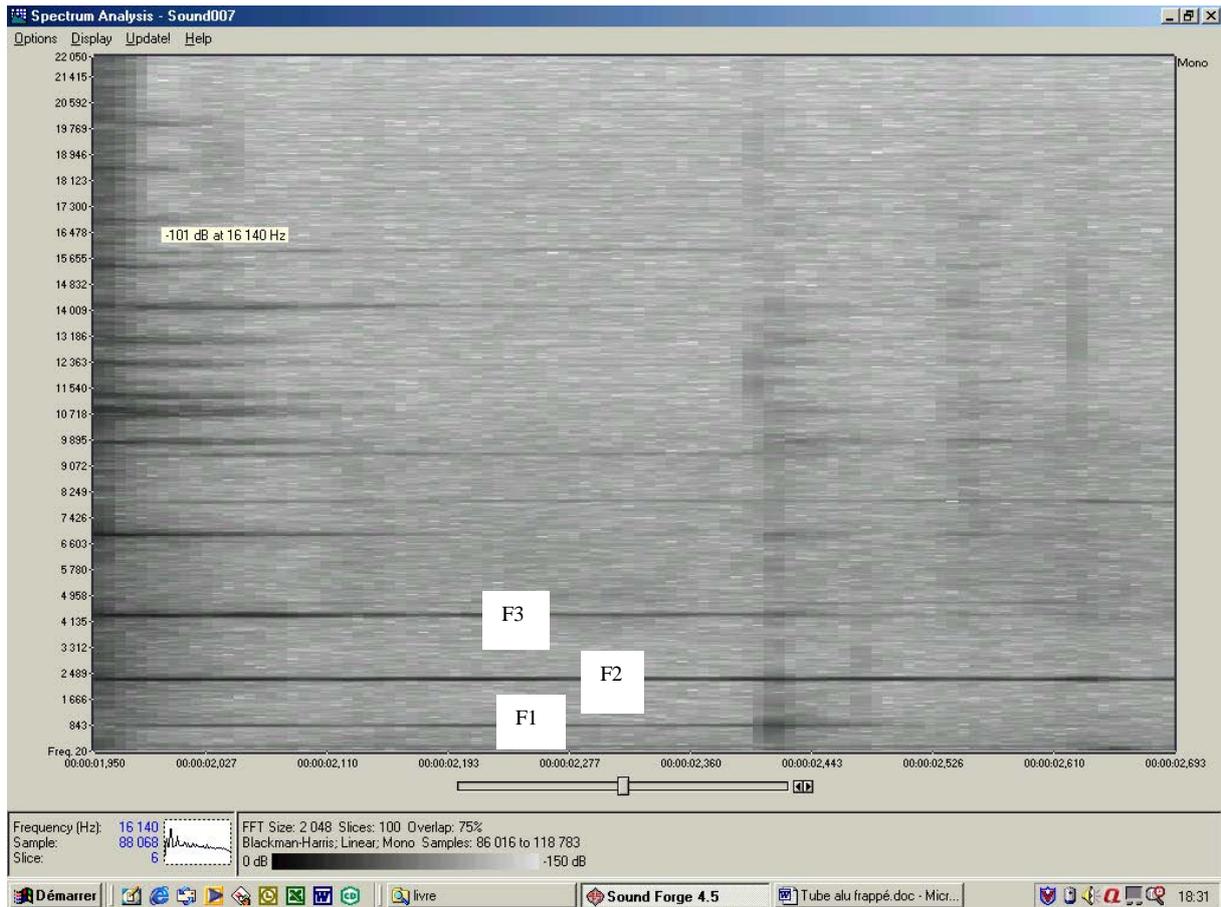
Le spectre et le sonagramme du son frappé renseignent sur le facteur de qualité Q_{paroi} des modes de paroi, *via* la largeur de raie $\Delta\omega/\omega$, ou (de façon équivalente), *via* le temps d'atténuation τ du mode : $Q_{\text{paroi}} = \omega \cdot \tau = \omega / \Delta\omega$. J'ai vérifié que ces deux façons d'estimer l'amortissement des modes de paroi donnent le même résultat, moyennant les précautions d'usage sur le choix des paramètres de la transformée de Fourier. Pour obtenir un bon accord, la définition de la largeur $\Delta\omega$ et du temps d'amortissement τ doivent également être correctes (dans les deux cas, amortissement d'un facteur e , soit 4.34 dB sur l'intensité du signal).

Quand le tube est tenu à la main, on observe plutôt des bandes que de pics dans le spectre du son frappé, car la main contribue à amortir les vibrations de la paroi. Il faudra garder cela présent à l'esprit par la suite, car c'est le cas effectivement rencontré pour les instruments à vent.

Sur l'exemple ci-dessus, (tube de 30 cm, tenu à la main au tiers de sa longueur), le mode F1 a une largeur de bande $\Delta\omega/\omega$ de 0.14 ; Le mode F2 a un $\Delta\omega/\omega$ de 0.17, et le mode C2 de 0.07.

A présent, je me concentre sur l'étude d'un tube de 32 cm, que je fais vibrer librement, en le laissant tomber sur du carrelage. J'analyse le son produit en vol pendant le rebond du tube. De cette façon, tous les modes sont excités *a priori*, et amortis aussi peu que possible, ce qui doit faciliter leur identification.





Spectre du son frappé du tube alu frappé $L = 32$ cm

Fréquences observées : 867, 2344, 4450, 7040, 8057, 9509, 10800 Hz

Les raies du spectre ci-dessus sont identifiables par leurs fréquences : le mode à 867 Hz est le premier mode de flexion de poutre (F1), celui à 2344 le second (F2), 4450 le troisième (F3), le mode à 10800 Hz est le mode quadrupolaire de coque (C2); entre 5000 et 10000 Hz, c'est moins clair.

Le mode F1 a une largeur de bande $\Delta\omega/\omega$ de 0.11, F2 de 0.08, C2 de 0.02, soit beaucoup moins que quand le tube est tenu à la main. L'amortissement par la main *via* la paroi est donc prépondérant et domine les autres mécanismes d'amortissement des vibrations de la paroi.

Conclusion sur les modes de paroi importants pour le couplage air-paroi

Il est possible d'identifier les modes de paroi dans le spectre du son frappé d'un tube. Les modes les plus aptes à se coupler aux modes aériens sont les modes de flexion de poutre (à basse fréquence), et les modes de coque de basse multipolarité (à haute fréquence), plus particulièrement pour les tubes de grand diamètre.

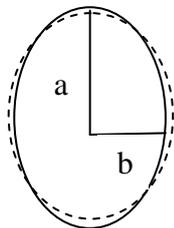
Le spectre de son frappé dépend de la façon dont on excite le tube. L'amortissement des modes dépend aussi de la façon dont on le tient. L'ordre de grandeur de leur atténuation est $Q^{-1} = 0.01$ à 0.03 pour une vibration libre d'un tube métallique, et 0.1 à 0.3 pour le même tube tenu à la main. La contribution de l'amortissement par la main via la paroi est donc prépondérante, et se traduira par des bandes d'absorption dans le spectre du son de l'instrument, centrées sur les fréquences des modes de paroi considérés, d'autant plus larges que l'amortissement de la paroi est plus grand, et d'autant plus profondes que le couplage air-paroi est fort. On verra plus bas (§ 7) que ces bandes d'absorption sont identifiables dans le spectre du son du basson, dont le bocal vibre manifestement.

4 Couplage air-paroi sur des tubes ovalisés

Sur un tube à section parfaitement circulaire, il ne peut pas y avoir de couplage entre la colonne d'air et les modes de coque multipolaires, du fait de la symétrie de la section. Il en va différemment sur les tubes ovalisés car la symétrie est alors rompue : en effet, une surpression locale dans un tube ovale tend à diminuer l'ovalisation du tube, ce qui autorise un couplage entre la colonne d'air et les modes multipolaires de coque. Les modes quadrupolaire et hexapolaire de coque font des candidats potentiels au couplage, car sur un tube à parois minces, ils tombent à des fréquences audibles.

Dans la suite, on considère un tube déjà ovalisé au repos, de grand rayon a et de petit rayon b , avec une faible ovalisation $a \approx R; b \approx R$.

La surface de couplage $S_{paroi} \equiv dV / da$ du mode quadrupolaire de coque de ce tube ovale vaut $S_{paroi} = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (a - b)$. Cette surface est nulle pour un tube rond ($a=b$) car la pression interne ne peut changer sa forme.



Un tube déjà ovale au repos tend à se déformer sous l'effet d'une variation de pression, d'où possibilité de couplage air-paroi.

Pour les modes multipolaires de coque d'un tube de longueur vibrante L , de rayon R , d'épaisseur e , de module d'élasticité E , de masse volumique ρ_{tube} , les paramètres d'oscillateur sont :

Masse effective du mode : $M = \pi \cdot \rho_{tube} R \cdot e \cdot L$,

Raideur effective du mode : $K = \frac{3.\pi}{4}.n^2 \frac{E.L.e^3}{R^3}$, avec $n = 2, 3, \dots$ pour les modes quadrupolaires, hexapolaires,...etc. respectivement.

Si Q est le facteur de qualité du mode, le paramètre d'atténuation du mode vaut

$$\nu = \frac{\sqrt{M.K}}{Q}.$$

Essayons de mettre quelques chiffres sur les formules du modèle, pour voir au moins sur un exemple l'ampleur des conséquences du couplage entre la colonne d'air et le mode quadrupolaire de coque. On considère un tube de laiton de 1 cm de rayon, 26.5 cm de longueur, 0.2 mm d'épaisseur (très mince !), ouvert aux deux bouts. La pulsation du fondamental de la colonne d'air tombe à 4030 rd/sec, et celle du troisième partiel est à 12100 rd/s.

Les paramètres d'oscillateur du mode quadrupolaire de coque C2 sont : $M = 13$ g, $K = 2.0 \cdot 10^6$ N.m⁻¹. La pulsation de résonance du mode de paroi C2 est de 12100 rd/s. Elle coïncide donc avec la pulsation du troisième partiel de la colonne d'air (ou l'harmonique 3 du fondamental de la colonne d'air). Dans cet exemple, on a *choisi* la longueur du tube pour que cette résonance ait lieu.

Si le tube est ovalisé avec $a-b = 2$ mm, la surface de couplage du mode C2 vaut $S_{paroi} = 3.3 \cdot 10^{-3}$ m². Pour un tube tenu à la main, le facteur de qualité de ce mode est de l'ordre de 5, on en déduit le facteur d'atténuation du mode : $\nu = 32$ Kg.s⁻¹.

A la résonance, l'impédance du mode vaut $Z = \nu / S_{paroi}^2$, soit $2.9 \cdot 10^6$ Kg.m⁻⁴.s⁻¹.

Le rapport d'amplitude des oscillations à la résonance vaut $a_{paroi} / a_{air} = 6.5 \cdot 10^{-3}$.

Si le facteur de qualité de la colonne d'air non couplée est 30, celui du système couplé vaut 28.4. La dégradation est plutôt faible, ce qui montre que, même avec un tube très ovalisé ($a-b = 2$ mm !) et à parois très fines comme celui choisi dans cet exemple ($e = 0.2$ mm !), le couplage air-paroi doit assez peu affecter le comportement de la colonne d'air.

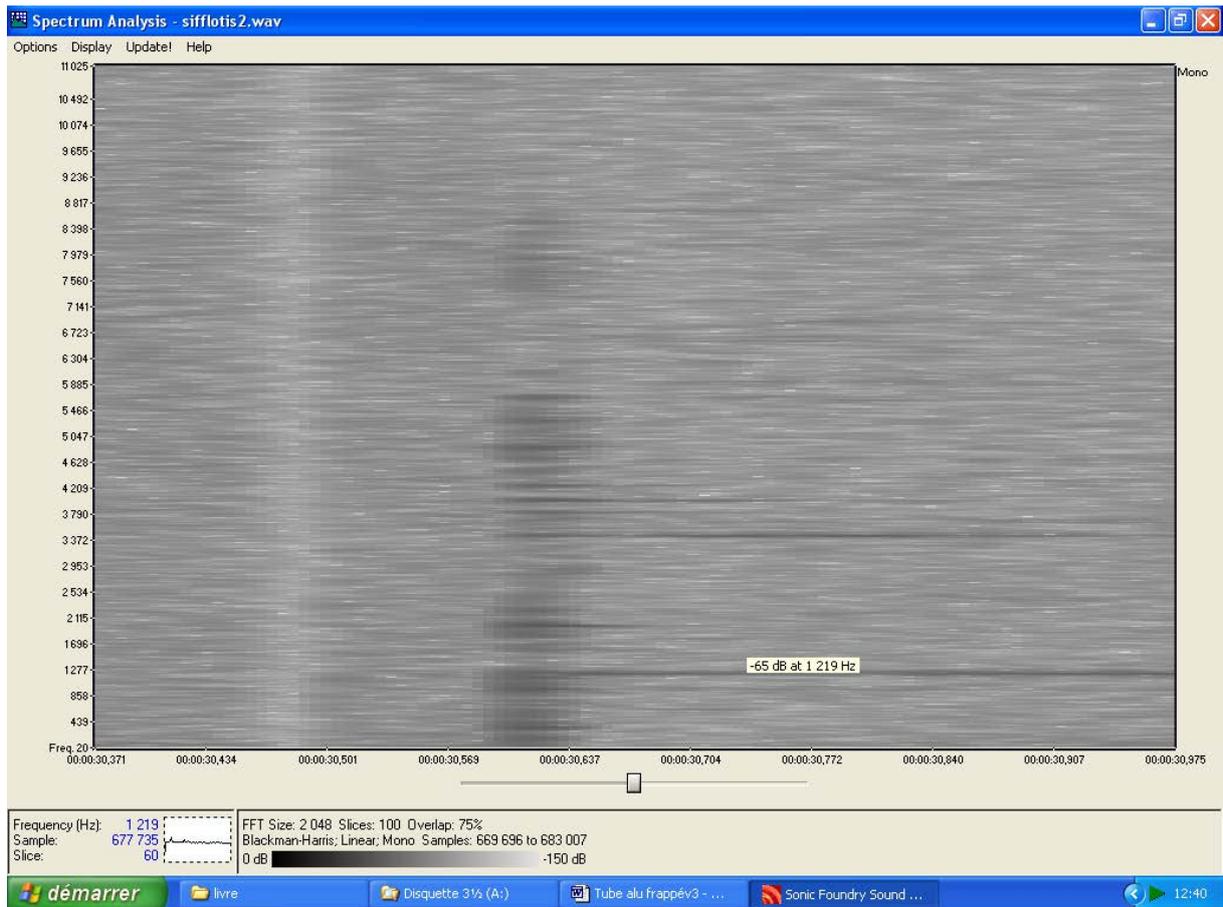
La largeur de la résonance quadrupolaire vaut $\Delta\omega / \omega = 0.2$. Cette largeur de bande est inférieure à l'espacement des harmoniques du son fondamental de la colonne d'air donc dans ce cas précis, seul l'harmonique 3 du fondamental de la colonne d'air doit être perturbé par le couplage.

L'exemple numérique ci-dessus montre qu'il faut pousser très loin l'amincissement et l'ovalisation du tube pour espérer observer un effet significatif du couplage air-paroi sur le mode quadrupolaire de coque.

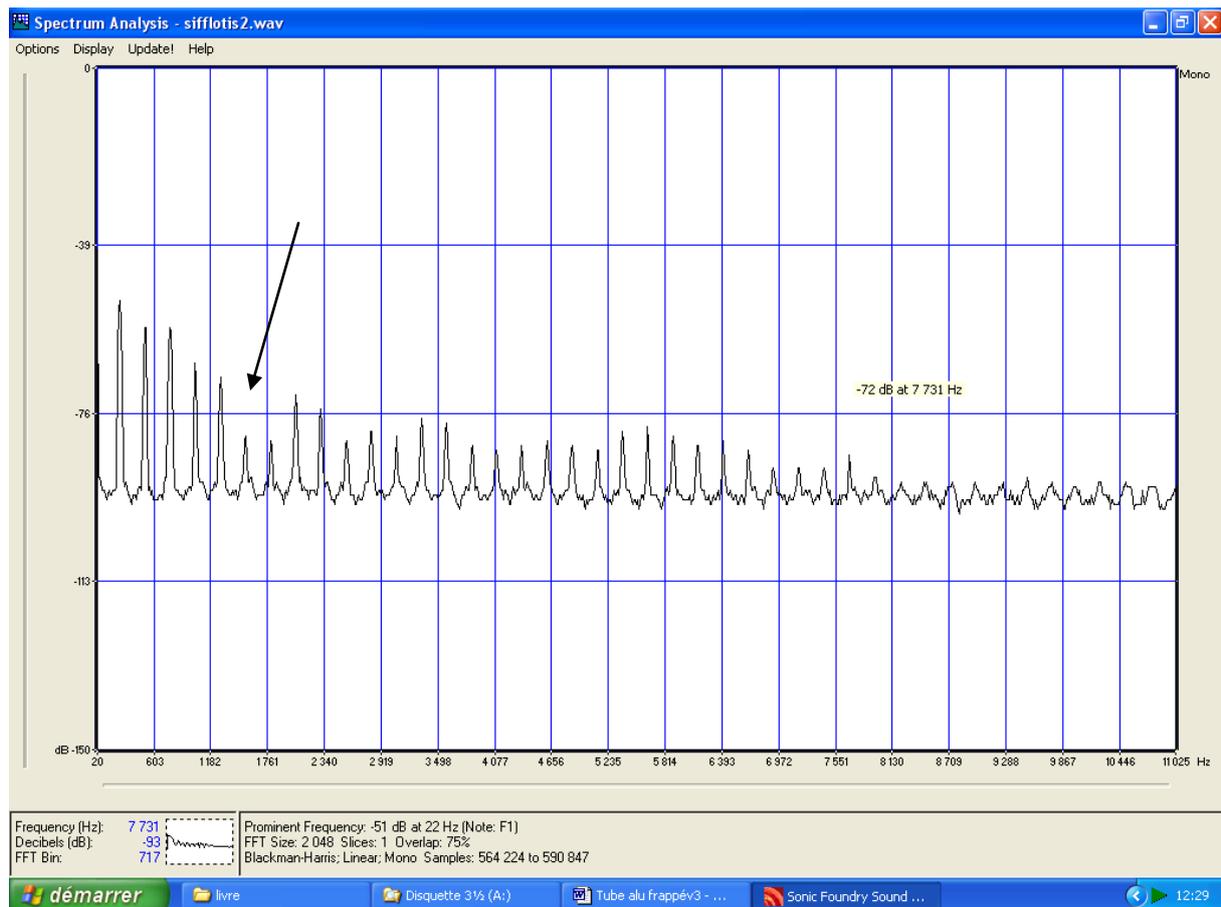
On trouvera ci-dessous une expérience où on a délibérément cherché à perturber l'émission d'un harmonique du son soufflé, en faisant coïncider la fréquence du mode quadrupolaire de coque d'un tube avec celle de cet harmonique.

Influence de la proximité en fréquence des modes de tube et des modes aériens

Comme précédemment, j'utilise un tube de laiton à parois minces, muni d'une embouchure de flûte à bec ténor. Comme l'indique le spectre du son frappé d'une bague courte découpée dans ce tube, la fréquence de ce mode (indépendante de la longueur du tube) est à 1220 Hz.



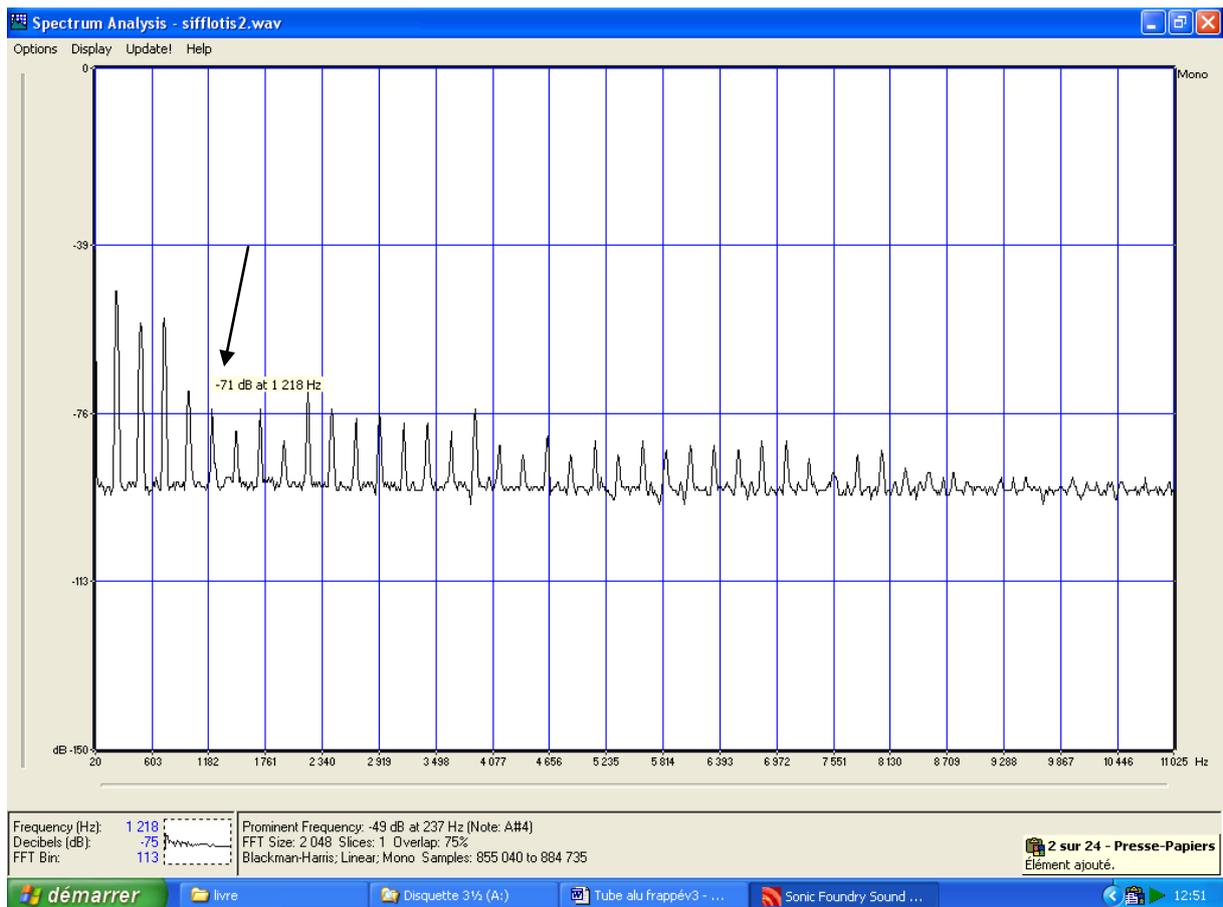
Le spectre de son frappé du tube de laiton mince. Ce n'est qu'un exemple, car le spectre dépend de la façon dont le tube est tenu, et de la façon dont il est frappé. On voit sortir distinctement le mode quadrupolaire de coque C2 à 1220 Hz.



Le spectre du son soufflé du tube de laiton mince pour une longueur quelconque, égale en l'occurrence à 50 cm. Le son fondamental est à 256 Hz. On remarque un trou dans le spectre sur les harmoniques 6 et 7, tombant respectivement à 1536 et 1792 Hz.

Je tire maintenant la coulisse de la tête de la flûte à bec pour abaisser la fréquence des modes aériens et amener la fréquence du 5^{ème} harmonique à 1220 Hz, en coïncidence avec ce fameux mode quadrupolaire de coque.

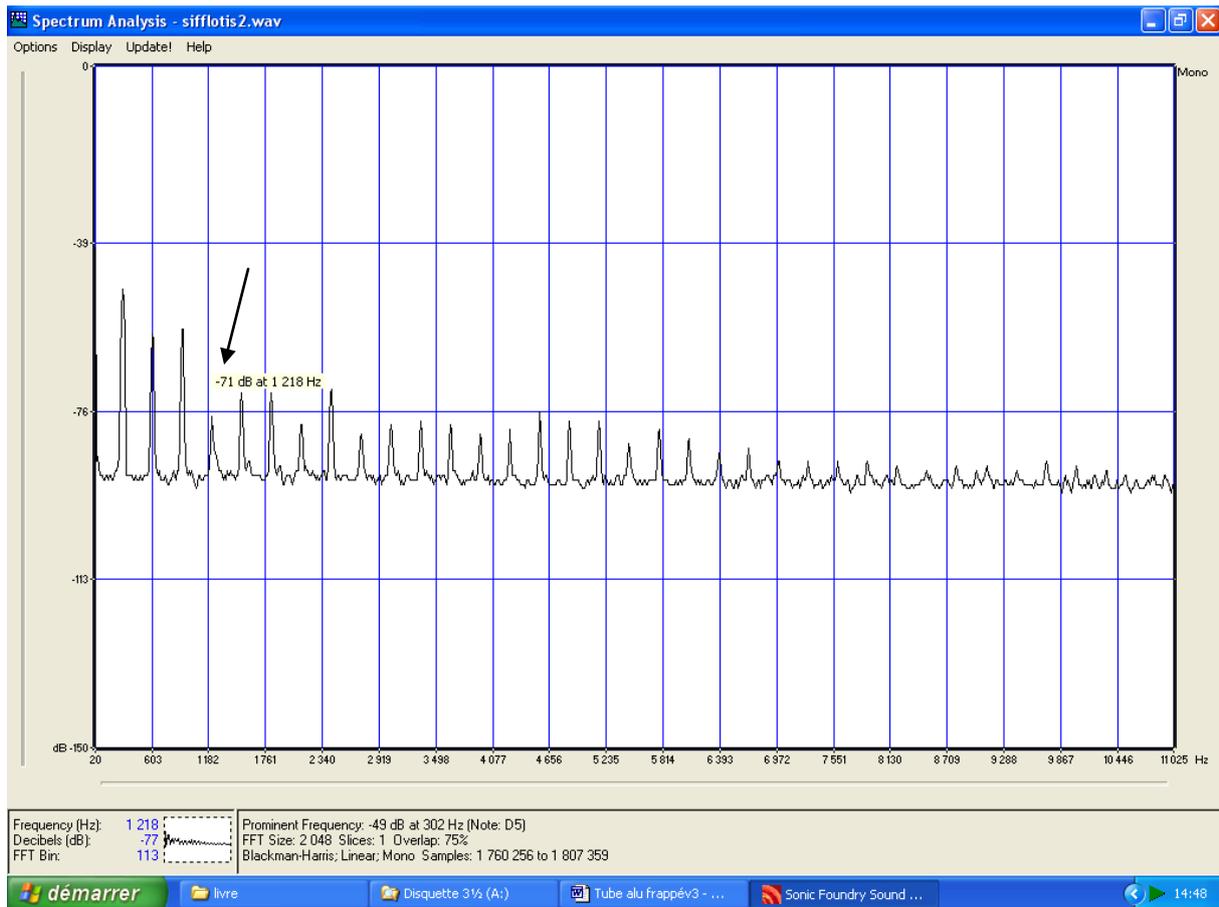
Voilà le spectre de son soufflé correspondant :



Le spectre du son soufflé pour une longueur de tube qui fait coïncider la fréquence du 5^{ème} harmonique avec celle du mode quadrupolaire de coque.

On constate que le 5^{ème} harmonique est maintenant beaucoup moins intense, probablement parce que son énergie est pompée par le mode quadrupolaire.

Je raccourcis maintenant le tube pour faire en sorte que ce soit le 4^{ème} harmonique du son fondamental qui tombe à 1220 Hz, et non plus le 5^{ème}. Il faut pour cela enlever environ 10 cm au tube.



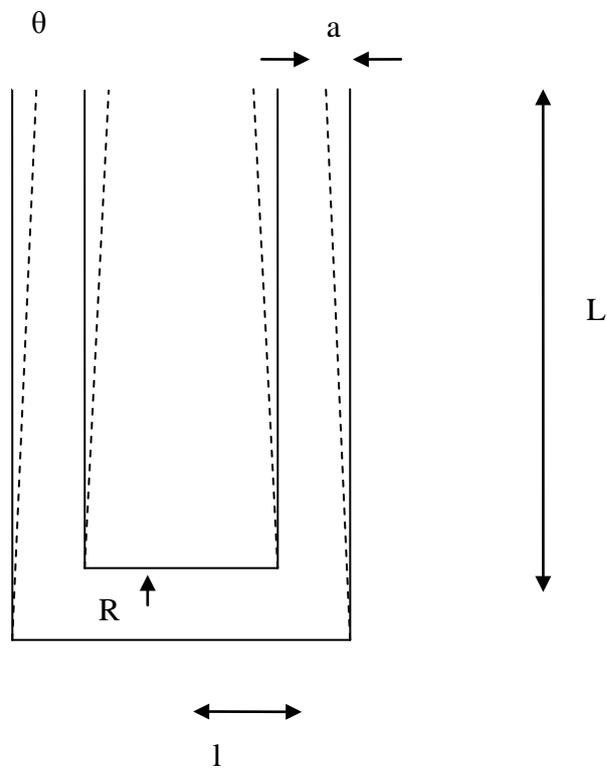
Le spectre du son soufflé pour une longueur de tube qui fait coïncider la fréquence du 4^{ème} harmonique avec celle du mode quadrupolaire de coque.

Voilà le résultat : quand le mode quadrupolaire de coque coïncide en fréquence avec le 4^{ème} harmonique du son fondamental, ce dernier se trouve fortement inhibé. La différence de timbre associée à cette inhibition est parfaitement décelable à l'oreille. La différence ne concerne pas que le timbre. On constate également que l'émission de la note considérée est moins facile sur le tube en laiton, probablement parce que l'autoentretien de l'oscillation du jet d'air de l'embouchure dépend de phénomènes coopératifs entre les différents partiels : ici, en tuant le quatrième harmonique, on s'est privé de sa coopération ! Il faut noter que dans cette expérience, le tube était rond : le mode quadrupolaire n'aurait pas dû être excité par la colonne d'air. Pourquoi l'a-t-il été ? Je n'ai pas d'explication, sauf à admettre une petite imperfection dans la circularité du tube...

Conclusion : on vérifie ici que le couplage air-paroi implique un échange d'énergie vibratoire entre la colonne d'air et la paroi. Cette dernière étant en général beaucoup plus amortie que la colonne d'air, l'échange prend la forme d'un drainage d'énergie vers la paroi, au détriment de la colonne d'air. Le mécanisme d'auto-entretien injecte de l'énergie dans la colonne d'air, et cette énergie est en partie dépensée par la paroi. C'est comme dans certains couples : l'un des deux gagne l'argent et l'autre le dépense ! Le drainage est particulièrement efficace si la colonne d'air excite la paroi à la résonance. Dans ce cas, l'harmonique exciteur se trouve fortement inhibé dans le spectre du son soufflé, avec des conséquences néfastes sur le mécanisme d'auto-entretien du son et sur le timbre et la facilité d'émission du son soufflé.

5 Couplage air-paroi au niveau d'un coude

Sur un tube droit, il ne peut pas y avoir de couplage entre la colonne d'air et les modes de flexion de poutre, du fait de la symétrie de la section. Il en va différemment sur les tubes coudés car la symétrie est alors rompue : en effet, une surpression locale dans un tube coudé tend à faire varier l'angle du coude, ce qui autorise un couplage entre la colonne d'air et les modes de flexion de poutre. Ceux-ci font des candidats crédibles au couplage, car ils tombent à des fréquences du même ordre que celles utilisées musicalement. Les caractéristiques de ces modes dépendent beaucoup de la géométrie du tube et des conditions aux limites : extrémités libres ou non, présence d'entretoises, etc... Dans le but de donner un ordre de grandeur de l'importance du couplage pour de tels modes, nous nous bornerons ici à donner un exemple de couplage air paroi pour un coude à 180° donnant au tube une forme de U aux extrémités libres, vibrant comme un diapason.



Le mode de flexion « diapason » pour un coude à 180°

Pour le mode de flexion d'un tube coudé schématisé par un coude souple en U de rayon de courbure l , prolongé par deux sections de tube droites et rigides de longueur L , de rayon R , d'épaisseur e , de module d'élasticité E , de masse volumique ρ_{tube} , les paramètres d'oscillateur sont :

$$\text{Surface de couplage : } S_{paroi} \equiv dV / da = 32 \frac{R^4}{Ll}$$

$$\text{Raideur du mode : } K \equiv \frac{S_{\text{paroi}}}{da/dp} = 4 \cdot \frac{E \cdot e \cdot R^3}{L^2 \cdot l}$$

$$\text{Pulsation propre du mode : } \omega_o = \left[\frac{3}{2} \frac{R^2 \cdot E}{\rho_{\text{tube}} \cdot l \cdot L^3} \right]^{1/2}$$

$$\text{Masse du mode : } M = \frac{4}{3} \cdot \rho_{\text{tube}} \cdot e \cdot R \cdot L.$$

Essayons de mettre quelques chiffres sur les formules du modèle, pour voir au moins sur un exemple l'ampleur des conséquences du couplage entre la colonne d'air et le mode de flexion de coude « diapason ». On considère un tube de laiton de 1 cm de rayon, 0.3 mm d'épaisseur (très mince !), ouvert aux deux bouts, avec un coude de courbure moyenne $l = 3$ cm, et des branches de $L = 11$ cm. La pulsation du fondamental de la colonne d'air tombe à 4850 rd/sec, et celle du deuxième partiel est à 9700 rd/s.

Pour ce tube, le mode « diapason » a les paramètres d'oscillateur suivants : $S_{\text{paroi}} = 9.7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$, $M = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}$, et $K = 3.3 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$. La pulsation propre du mode est 9700 rd/s (on s'est arrangé pour choisir des paramètres qui font résonner la paroi à la pulsation de l'harmonique 2 du fondamental de la colonne d'air). Pour un tube tenu à la main, le facteur de qualité de ce mode de paroi est de l'ordre de 3, on en déduit le facteur d'atténuation du mode : $\nu = 11.3 \text{ Kg.s}^{-1}$.

A la résonance, l'impédance du mode vaut $Z_{\text{paroi}} = \nu / S_{\text{paroi}}^2$, soit $1.2 \cdot 10^9 \text{ Kg.m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}$.

Ces valeurs effectives donnent une grande impédance au mode « diapason ».

Le rapport d'amplitude des oscillations à la résonance vaut $a_{\text{paroi}} / a_{\text{air}} = 3.0 \cdot 10^{-4}$.

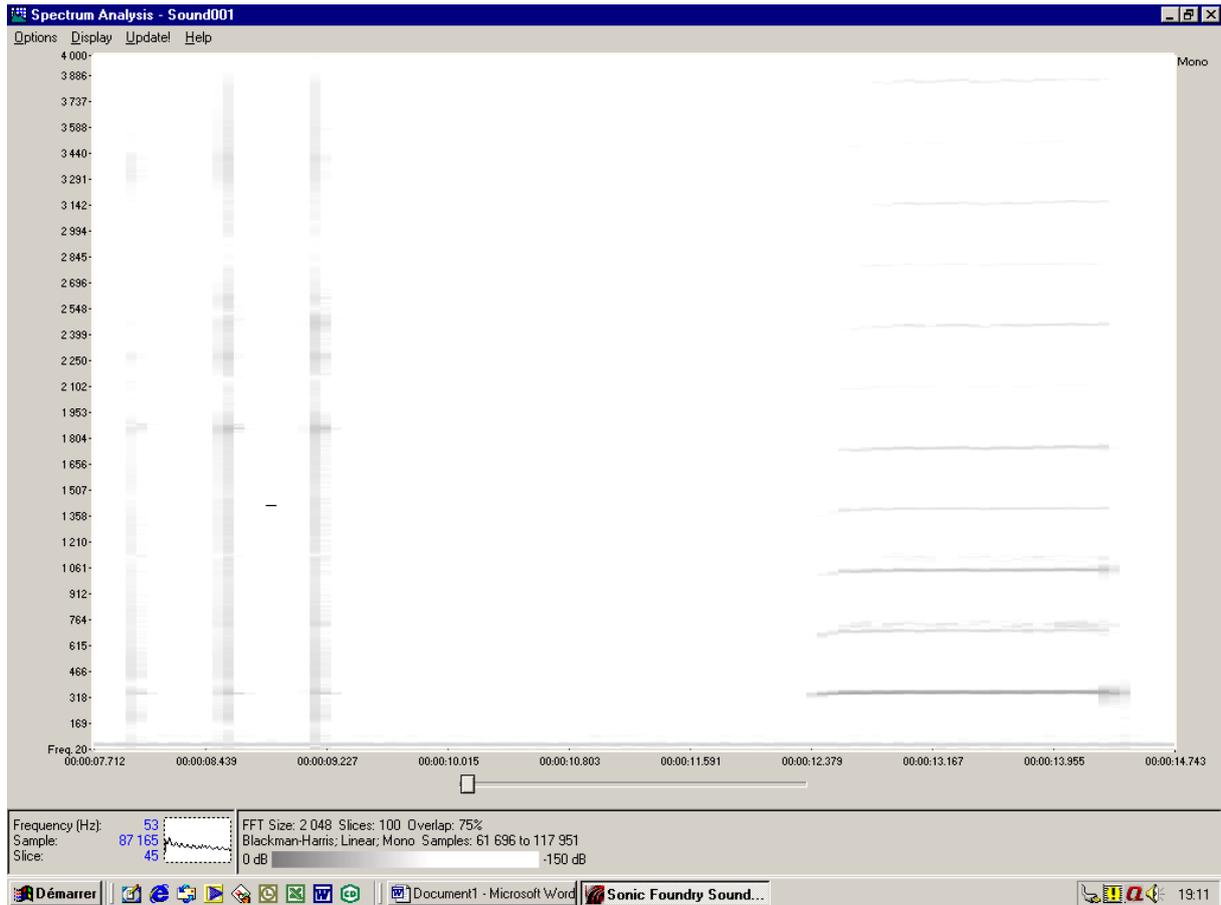
Si le facteur de qualité de la colonne d'air non couplée est 30, celui du système couplé vaut 29.9. La dégradation est très faible, ce qui montre que, même à la résonance, et même avec un tube à parois très fines comme celui choisi dans cet exemple ($e = 0.3$ mm !), le couplage air-paroi affecte peu le comportement de la colonne d'air.

La largeur de la résonance du mode diapason vaut $\Delta\omega / \omega = 0.3$. Cette largeur de bande est du même ordre que l'espacement des harmoniques du son fondamental de la colonne d'air donc dans ce cas précis, seul l'harmonique 2 du fondamental, et, dans une moindre mesure, le fondamental et l'harmonique 3 de la colonne d'air sont perturbés par le couplage.

L'exemple numérique ci-dessus montre qu'il faut pousser très loin l'amincissement du tube et la courbure du coude pour espérer observer un effet significatif du couplage air-paroi sur le mode « diapason » d'un coude.

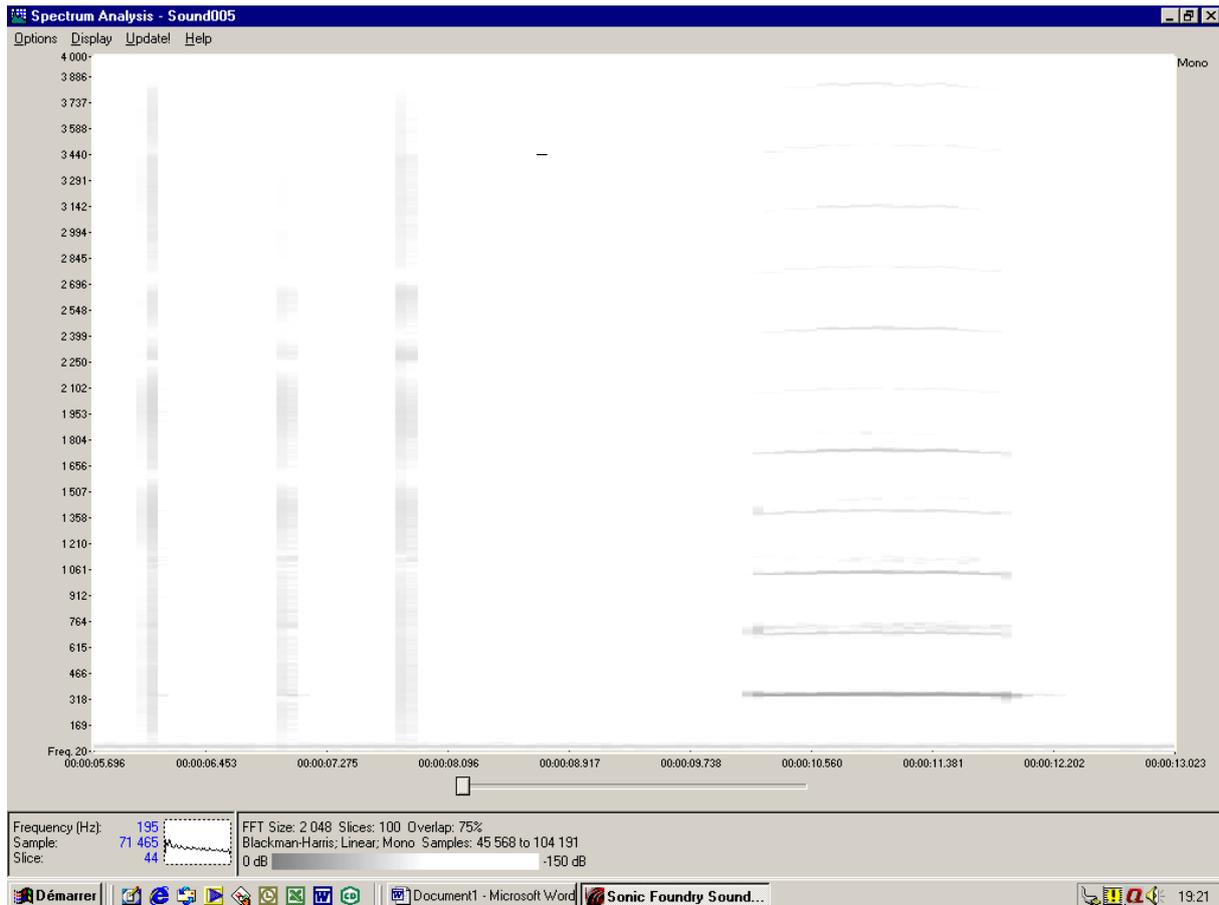
On note que la surface de couplage est indépendante de l'épaisseur du tube : épaissir la paroi ne rendra pas les modes de flexion moins excitables. Cependant, l'impédance de couplage sera alors plus forte, car la masse et la raideur du mode dépendent de l'épaisseur du tube. Avec une paroi épaisse, l'amplitude de vibration de paroi sera donc plus petite.

Pour mettre en évidence expérimentalement le couplage air-paroi sur des tubes coudés, j'ai utilisé un tube de dural mince (d'épaisseur $e = 0.5$ mm), de rayon $R = 1$ cm, de longueur totale $2L = 40$ cm environ, avec un coude à 90 degrés au milieu, raccordé à une tête de flûte à bec alto. Quand on souffle dans cette « flûte », les doigts sentent faiblement les vibrations de paroi. Pour faire varier la fréquence des modes de flexion, j'ai ligaturé sur la branche libre un plomb de pêche de 80 g, que je peux déplacer à volonté le long du tube.



Le spectre du son frappé (à gauche) et soufflé (à droite) pour le tube coudé non lesté.

On observe des trous dans le spectre soufflé dans les zones de fréquence correspondant aux résonances du tube frappé (1850 Hz, 2290 Hz et 2500 Hz).



Le spectre du son frappé (à gauche) et soufflé (à droite) pour le tube coudé, lesté à 80 g à mi-hauteur de la branche coudée. La fréquence des vibrations de paroi s'est déplacée vers le grave du fait du lestage.

Voici-dessus le spectre du même tube, lesté à 80g, à mi-hauteur de la branche coudée. En déplaçant le lest le long de la branche on peut déplacer les résonances du tube, visibles dans le spectre du son frappé. Les harmoniques du son soufflé les plus proches des résonances du tube sont moins présentes que les autres. Il se confirme que là encore, la paroi vole de l'énergie à la colonne d'air, au voisinage de ses résonances. Même avec un tube très mince, l'effet est plutôt petit, de l'ordre de quelques dB sur les amplitudes relatives dans le spectre du son soufflé.

Conclusion : la présence de coudes rend théoriquement possible l'excitation de modes de vibration de flexion du tube. L'évaluation du couplage dans des situations réalistes correspondant à des instruments réels comme la trompette ou le basson montre que l'influence de ces coudes est en général très faible mais peut ne pas être complètement négligeable.

6 Critères pour juger de l'importance du couplage air-paroi.

La paroi d'un instrument à vent n'étant ni infiniment dense, ni infiniment rigide, le couplage air-paroi la fait vibrer *nécessairement*. Mais dans quelle mesure ? Dans les cas pratiques des instruments de musique réels, les conséquences des vibrations de paroi sont-elles importantes ou négligeables ? Pour en juger, on peut envisager au moins deux critères :

1 *Un critère énergétique*. Le couplage devient sensible quand l'énergétique de l'auto-entretien s'en trouve perturbée : le niveau sonore s'en ressent, ainsi que la facilité d'émission et le

timbre. Ces perturbations apparaissent quand la dissipation de puissance dans la paroi P_{paroi} devient comparable à la dissipation de puissance dans la colonne d'air P_{air} .

On a vu plus haut (§ 2.5) que, dans le cas de coïncidence en fréquence entre résonance du mode de paroi et résonance du mode de la colonne d'air, le rapport P_{air} / P_{paroi} des puissances dissipées par la paroi et par la colonne d'air vaut :

$\frac{P_{paroi}}{P_{air}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right)^2 \cdot \frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \cdot \frac{M_{air}}{M_{paroi}}$. Ce rapport peut aussi s'écrire en termes d'amplitude de vibration :

$\frac{P_{paroi}}{P_{air}} = \left(\frac{a_{paroi}}{a_{air}} \right)^2 \cdot \frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \cdot \frac{M_{paroi}}{M_{air}}$. Compte-tenu des ordres de grandeur pour les rapports

Q_{air}/Q_{paroi} et M_{paroi}/M_{air} pour les instruments à vent réels, la satisfaction du critère 1 demande que le rapport des amplitudes de vibration a_{paroi}/a_{air} soit inférieur à 10^{-2} environ.

2 Un critère de justesse et d'harmonicité : le couplage devient sensible quand il occasionne des écarts de justesse (et donc d'harmonicité) importants, de l'ordre de la largeur de bande des résonances de la colonne d'air non couplée, c'est à dire de l'ordre du pourcent (20 cents) sur les fréquences en jeu. On a vu plus haut (§ 2.3) que l'écart de justesse induit par le couplage air-paroi était

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta(\text{Im}(Z)) \cdot S_{air}}{\rho \cdot L} \cdot \frac{L}{n \cdot \pi \cdot c} \quad \text{avec} \quad \Delta Z \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\rho \cdot c}{S_{air}} \right)^2 \frac{S_{paroi}^2}{i(M \cdot \omega - K/\omega) + \nu}$$

(nous prenons ici l'exemple d'une flûte cylindrique, excitée sur le mode de rang n).

Cet écart de justesse dû au couplage à la paroi est nul au voisinage de la résonance de la paroi. Il est maximal au voisinage des pulsations

$$\omega_{\pm} = \frac{\nu \pm \sqrt{\nu^2 + 4 \cdot M \cdot K}}{2M} \quad \text{situées de part et d'autre de la pulsation de résonance de la paroi, et}$$

$$\text{sa valeur maximale est } \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right)_{\max} = \frac{1}{4 \cdot n \cdot \pi} \left(\frac{S_{paroi}^2}{\nu} \right) \left(\frac{\rho \cdot c}{S_{air}} \right).$$

Cet écart de justesse est, au facteur $1/4n\pi$ près, le rapport entre l'impédance spécifique du tube

$$\left(\frac{\rho \cdot c}{S_{air}} \right) \text{ et l'impédance de la paroi à la résonance } \left(\frac{\nu}{S_{paroi}^2} \right). \text{ C'est aussi approximativement, et}$$

à $1/4n\pi$ près, le rapport entre les débits de vibration de l'air et de la paroi. Le critère 2 de préservation de la justesse et de l'harmonicité de l'instrument peut donc s'écrire en termes de rapport des amplitudes de vibration :

$$a_{paroi} / a_{air} < 0.1 S_{air} / S_{paroi}.$$

L'amplitude de vibration de l'air dans un instrument à vent étant de l'ordre du mm, le critère 1 demande que l'amplitude de vibration de la paroi soit inférieure à $10 \mu\text{m}$; le critère 2 demande que l'amplitude de vibration de la paroi ne dépasse pas une valeur comprise entre 10 et $100 \mu\text{m}$ selon la valeur de la surface de couplage. Ces critères très approximatifs sont commodes à retenir car le seuil de sensibilité du toucher dans le domaine de fréquence compris entre 30 et 500 Hz est de l'ordre de quelques micromètres (ref. 11, 12). C'est justement à partir de ce niveau d'amplitude que le couplage air-paroi commence à perturber sensiblement le fonctionnement (justesse, timbre, émission) d'un instrument à vent par les mécanismes décrits dans cet article. Si vous ne sentez pas la paroi de l'instrument vibrer sous

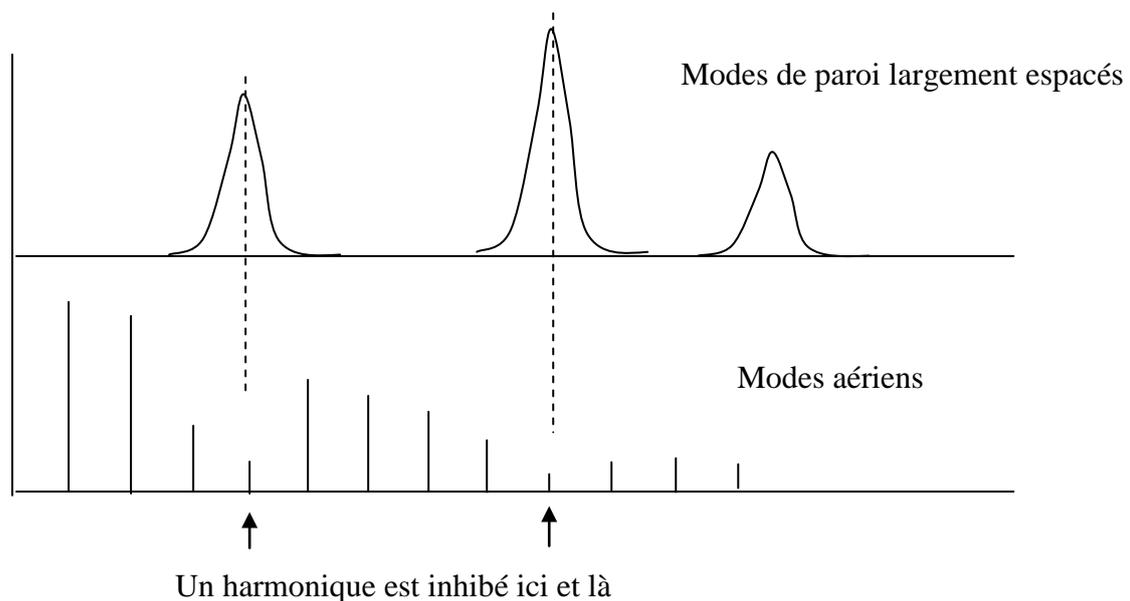
les doigts, vous êtes tranquille : le couplage air-paroi est négligeable ! On peut noter que c'est effectivement le cas pour les instruments à vent de l'orchestre, à deux exceptions près : la vibration de la paroi est sensible sous les doigts pour le bocal du basson et pour le pavillon des cuivres.

7 Le couplage à la paroi est-il important dans le jeu des instruments à vent de l'orchestre ?

La plupart des instruments à vent de l'orchestre satisfont haut la main les deux critères ci-dessus : la vibration de leur paroi est inférieure au micromètre, imperceptible sous les doigts. Les corps des flûtes, clarinettes et hautbois ont des masses et des rigidités de paroi trop grandes pour que le couplage air-paroi influence significativement leur jeu. En revanche, le bocal du basson et des saxophones graves, ainsi que le pavillon des cuivres font peut-être exception, car on les sent nettement vibrer sous les doigts. Voyons quelle peut être l'influence du couplage sur le son d'un instrument à vent en général, et sur celui de ces instruments en particulier.

7.1 Influence du couplage colonne d'air-paroi sur le spectre du son autoentretenu sur des instruments à vent réels

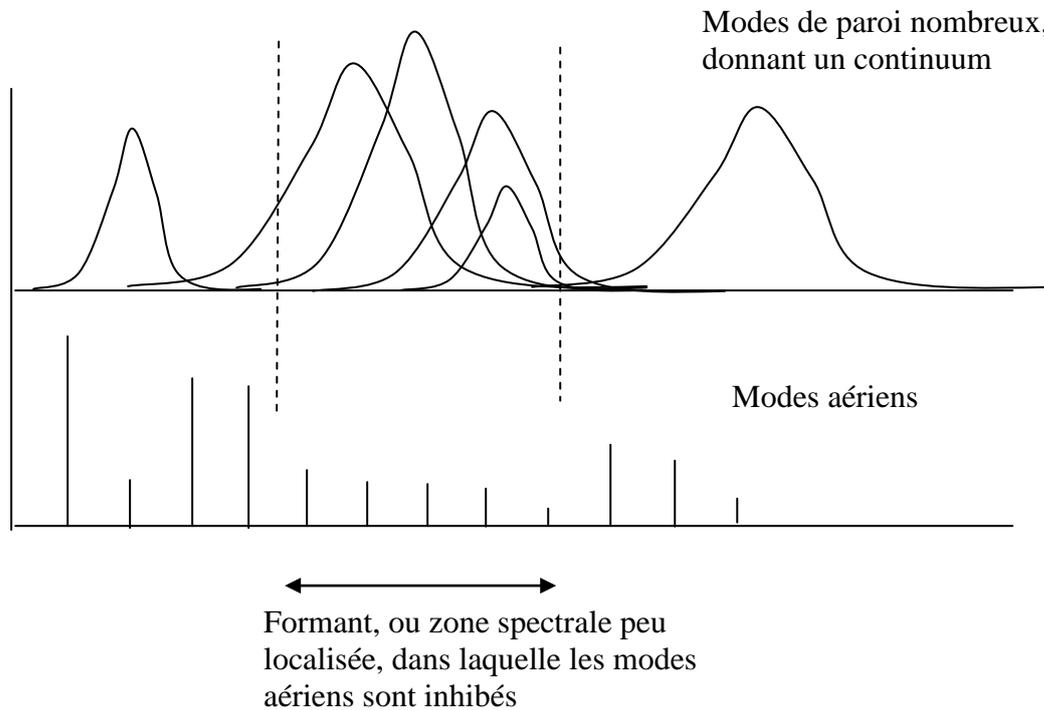
On a vu plus haut sur des cas pathologiques que le couplage air-paroi peut inhiber la production du son dans certains domaines en fréquence correspondant aux résonances de la paroi. Dans le cas d'un instrument à vent ordinaire, où on ne cherche pas délibérément à accentuer le phénomène pour le mettre en évidence, on peut schématiquement envisager les deux situations extrêmes suivantes :



Spectre des modes de paroi et du son soufflé pour un tube rigide et/ou léger

Avec un tube rigide et/ou léger, les modes de paroi résonneront à haute fréquence. La largeur de bande des modes de paroi étant inférieure à l'espacement des harmoniques du son soufflé, l'inhibition des harmoniques sera individuelle, particulièrement si le son est aigu, avec des

harmoniques largement espacés. On peut avoir ou non coïncidence en fréquence entre un mode de paroi et un des harmoniques.



Spectre des modes de paroi et du son soufflé pour un tube souple et/ou lourd

Avec un tube souple et/ou lourd, les modes de paroi seront plutôt à basse fréquence. Si la largeur de bande de ces modes est supérieure à l'espacement entre les harmoniques du son soufflé (cas d'un tube long), l'inhibition sera collective, concernant plusieurs harmoniques groupés dans certaines régions du spectre. Le caractère collectif de l'inhibition sera d'autant plus marqué que le son de l'instrument est plus grave, avec des harmoniques serrés.

Ainsi, selon cette analyse, les tubes rigides et légers ont un spectre de vibration de paroi largement espacé, ce qui doit donner des raies d'absorption marquées dans le spectre du son soufflé. A l'inverse, les tubes souples et lourds ont des modes de paroi nombreux, donnant un continuum, avec des *formants*, larges zones spectrales où les modes aériens seront inhibés.

On peut aller plus loin dans l'analyse, en distinguant en fait quatre cas extrêmes, selon la rigidité et la masse du tube.

	Tube rigide	Tube souple
Tube lourd	Le spectre de modes de paroi est moyennement dense L'impédance Z_{paroi} est grande L'amplitude de vibration des parois est faible Les formants d'absorption sont peu profonds	Le spectre des modes de paroi est serré L'impédance Z_{paroi} est moyenne L'amplitude de vibration des parois est moyenne Les formants d'absorption sont peu localisés en fréquence et se produisent à basse fréquence. Ils peuvent concerner plusieurs harmoniques du son soufflé, surtout si le tube est long

Tube léger

Le spectre des modes de paroi est espacé
 L'impédance Z_{paroi} est moyenne
 L'amplitude de vibration des parois est moyenne
 Les formants d'absorption sont localisés en fréquence et se produisent à haute fréquence. Ils affectent en général un seul harmonique du son soufflé, surtout si le tube est court ou joué dans l'aigu.

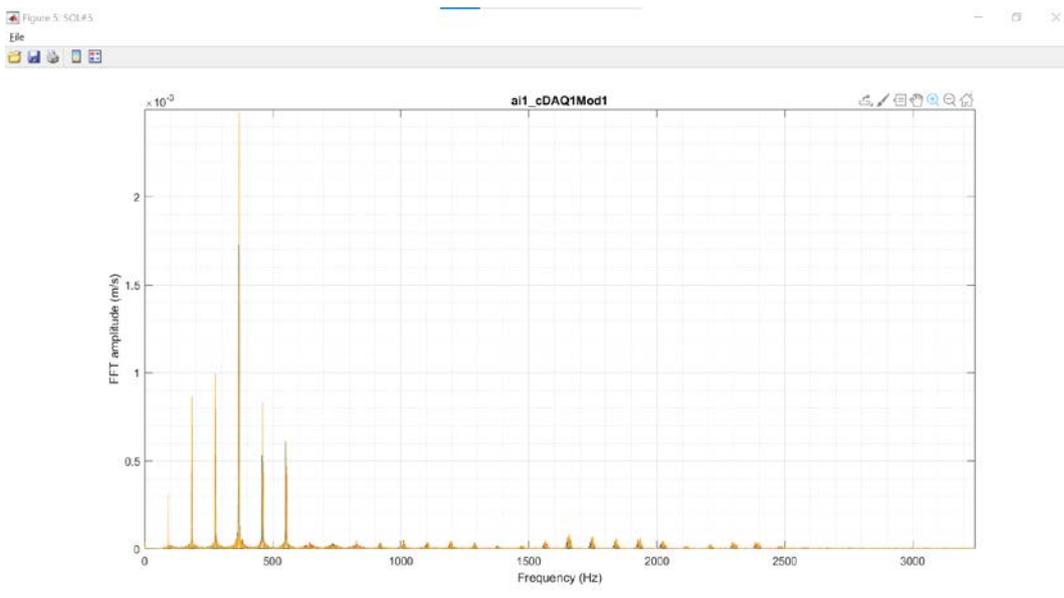
et joué dans le grave.

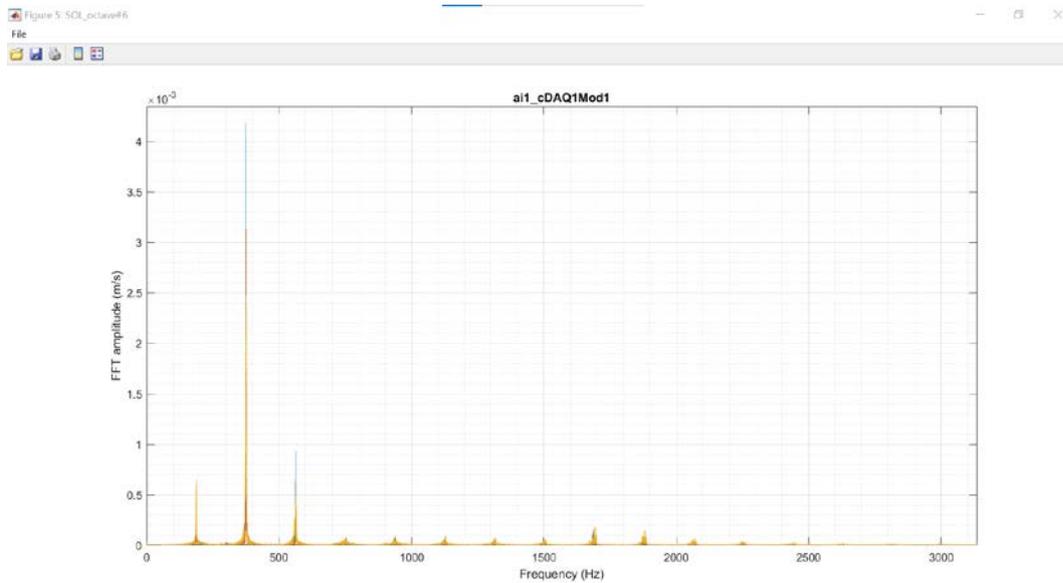
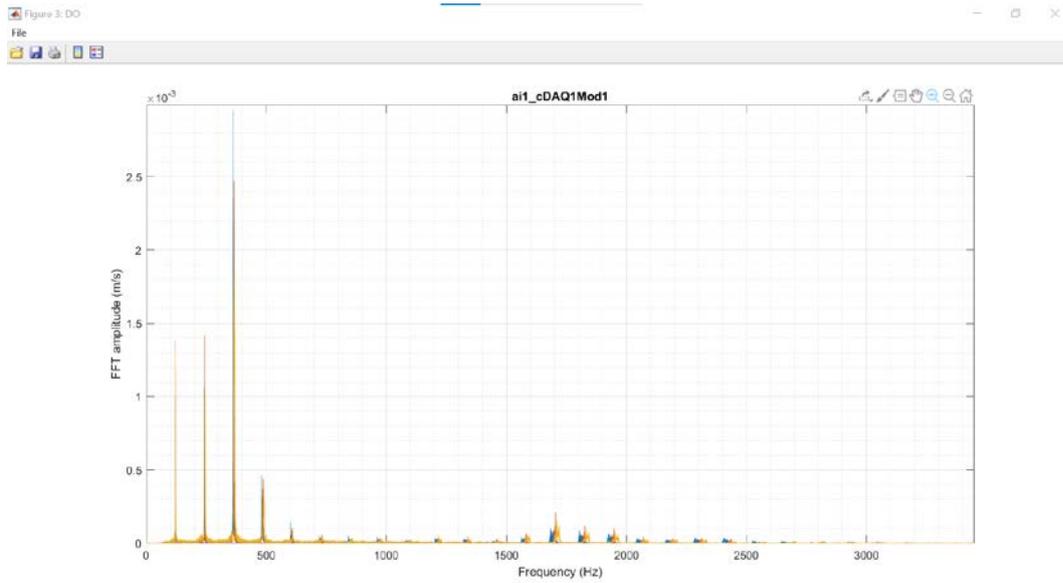
Le spectre des modes de paroi est moyennement dense
 L'impédance Z_{paroi} est petite
 L'amplitude de vibration des parois est grande
 Les formants d'absorption sont profonds

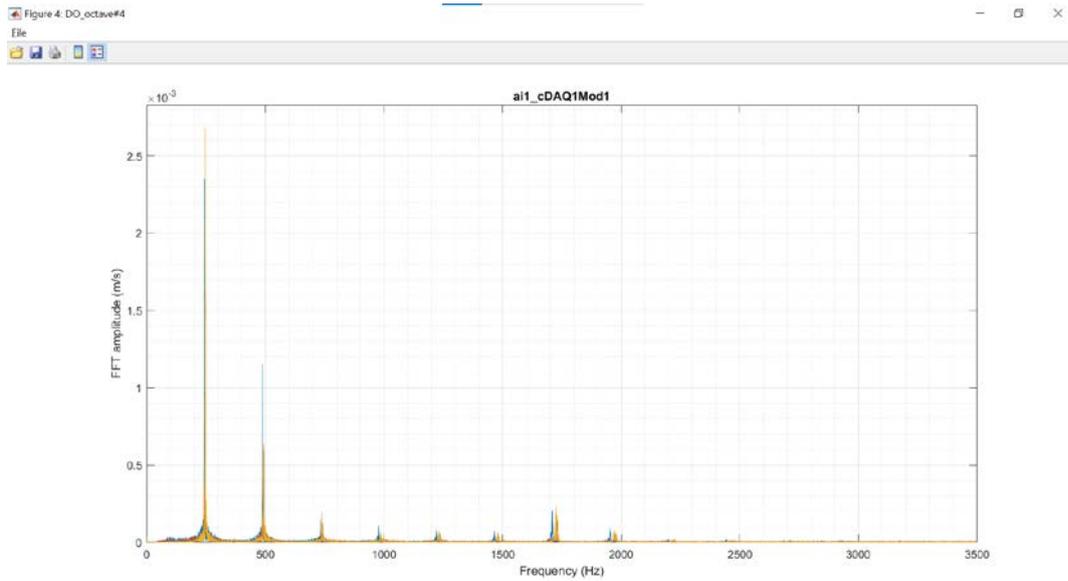
L'influence du couplage air-paroi sur le spectre du son soufflé d'un instrument à vent

Si on désire une inhibition minimale des modes aériens, il faut choisir un tube lourd et rigide. Le choix d'un tube rigide mais léger expose au risque d'un mauvais comportement acoustique de l'instrument sur certaines notes particulières, en cas de coïncidence malheureuse entre un mode de paroi et un harmonique des notes en question.

Le bocal du basson rentre dans la catégorie des tubes à la fois souples et légers. On attend donc une amplitude de vibration relativement forte (de fait, on la sent sous les doigts), et des formants profonds. Ces derniers sont susceptibles d'affecter plusieurs harmoniques du son soufflé, particulièrement dans le grave de la tessiture de l'instrument. Nous avons pu faire des mesures vibrométriques sur le bocal de mon basson baroque en jeu, grâce au vibromètre laser de l'ITEMM. Voici-dessous le spectre mesuré sur quatre notes de la tessiture : Sol1 (92 Hz), Do1(124 Hz), Sol2 (187 Hz) et Do2 (248 Hz).



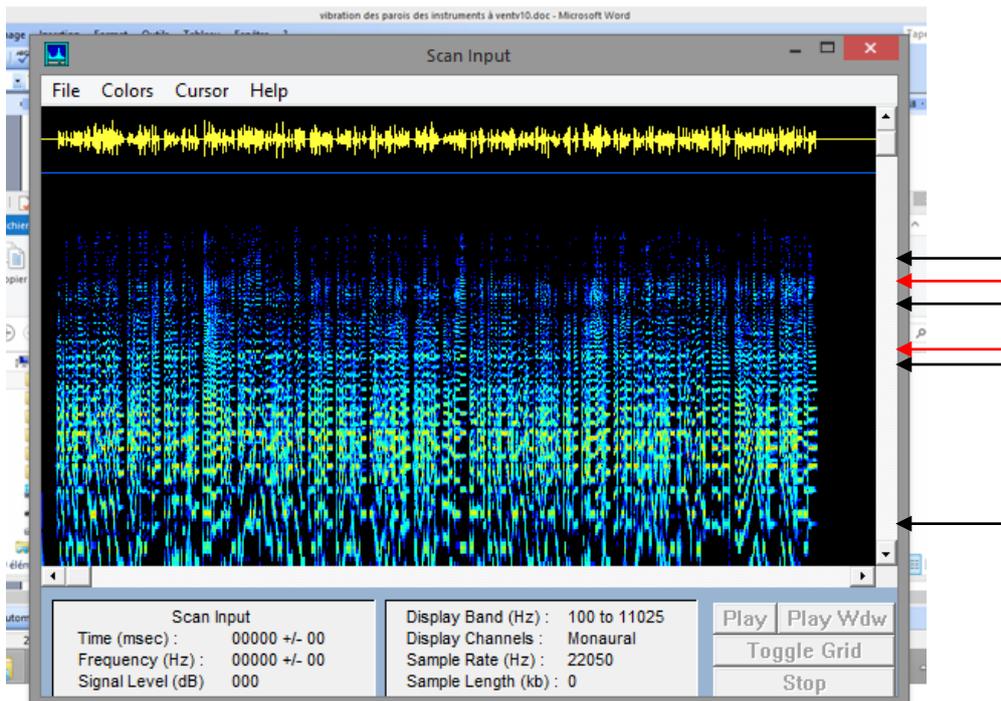




Mesures vibrométriques sur le bocal d'un basson baroque, sur quatre notes de la tessiture : Sol1 (92 Hz), Do1(124 Hz), Sol2 (187 Hz) et Do2 (248 Hz).

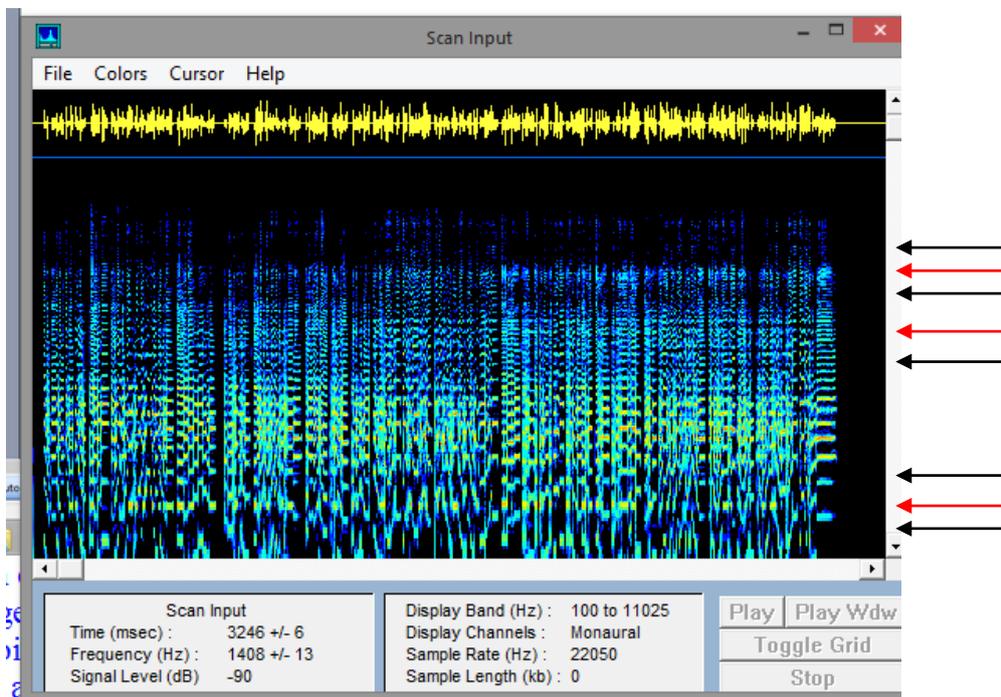
La vitesse de vibration de la paroi du bocal est de l'ordre de quelques mm/s, et l'amplitude de vibration correspondante est de l'ordre de un à deux micromètres. On constate que quelle que soit la note jouée, il y a beaucoup d'énergie vibratoire du bocal entre 200 et 300 Hz, et un peu entre 1500 et 2500 Hz. On s'attend à observer des trous dans ces deux bandes de fréquence dans le spectre du son joué.

Voici le spectre du son de mon basson, en jouant toutes les notes de la tessiture de l'instrument en succession rapide pour donner une vue d'ensemble, moyennée, sur les formants en présence.



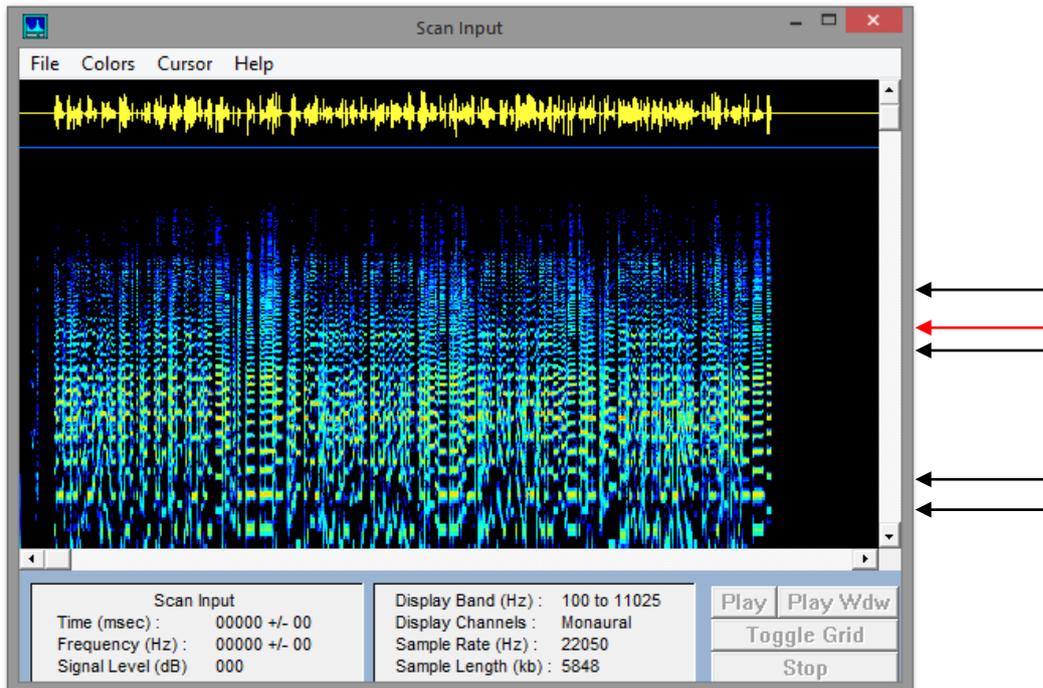
Le spectre du son de mon basson, en jouant toutes les notes de la tessiture de l'instrument en succession rapide

On observe des formants « positifs » autour de 1200 et 2700 Hz (flèches rouges), et des formants « négatifs », zones fréquentielles où la densité spectrale d'énergie est faible, autour de 150, 950, 2200 et 3900 Hz (flèches noires). Cette coloration du son peut être imputée à divers suspects, parmi lesquels le couplage air-paroi fait un coupable idéal. Le bocal de l'instrument vibre sous les doigts, et c'est probablement cette partie du tube qui est responsable du couplage. Pour m'en assurer, j'ai lesté le bocal de mon basson avec un plomb de pêche ligaturé, pour voir si ça change le son ou l'émission. Et de fait, oui, ça change : on sent beaucoup moins le bocal vibrer sous les doigts.



Le spectre du son de mon basson, avec le bocal fortement lesté

Voici-dessus le spectre avec un fort lestage (300g) au bout supérieur du bocal, tout près de l'anche. On observe des creux à 150, 250, 1000, 2200 et 4000 Hz. Et des bosses à 190, 1380 et 2780 Hz. La position en fréquence des formants a changé, le son est plus rond, moins brillant qu'avec le bocal non lesté.



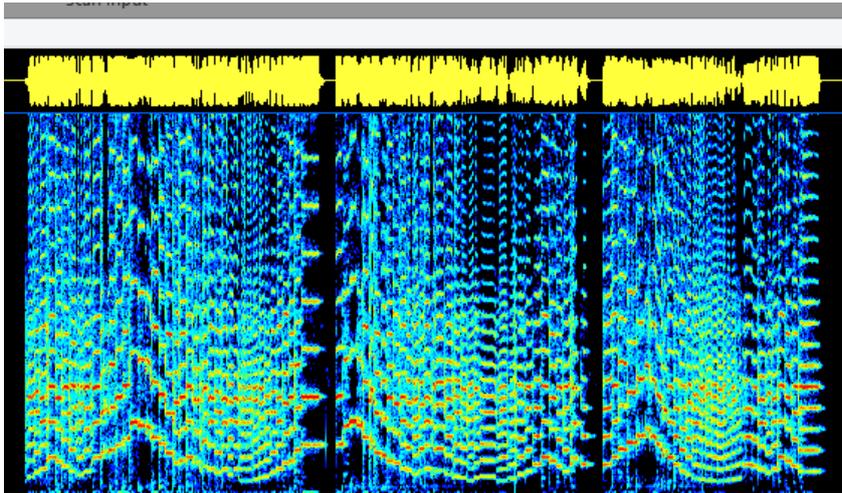
Le spectre du son de mon basson, avec le bocal raidi par une entretoise.

Voici-dessus le spectre avec une entretoise sur le bocal, afin de le raidir. On observe des creux à 150, 220, 940, et 1920 Hz. Et une bosse à 2600 Hz. Le son de l'instrument est peut-être légèrement plus brillant qu'avec le bocal nu.

On constate donc que les formants du spectre se déplacent selon qu'on alourdit ou qu'on raidit le bocal du basson. Vu la forme très élancée du bocal, les modes de vibration de paroi responsables de ces formants sont probablement des modes de flexion de poutre. Je n'ai pas cherché à les identifier mode à mode, car la géométrie de l'instrument et les conditions aux limites sont trop compliquées (le bocal, de profil conique, est encastré dans l'instrument au gros bout et tenu doucement par les lèvres, via l'anche, au petit bout). Il est bien difficile de corréler une qualité sonore avec les formants du spectre, mais il est tout à fait clair que les vibrations du bocal colorent le son du basson. Il peut être intéressant pour un bassoniste d'essayer des bocaux de même géométrie interne, mais d'épaisseur de paroi différentes car cette dernière aura une influence sur la fréquence des modes de flexion, donc sur la position des formants du spectre, et donc, sur le timbre de l'instrument.

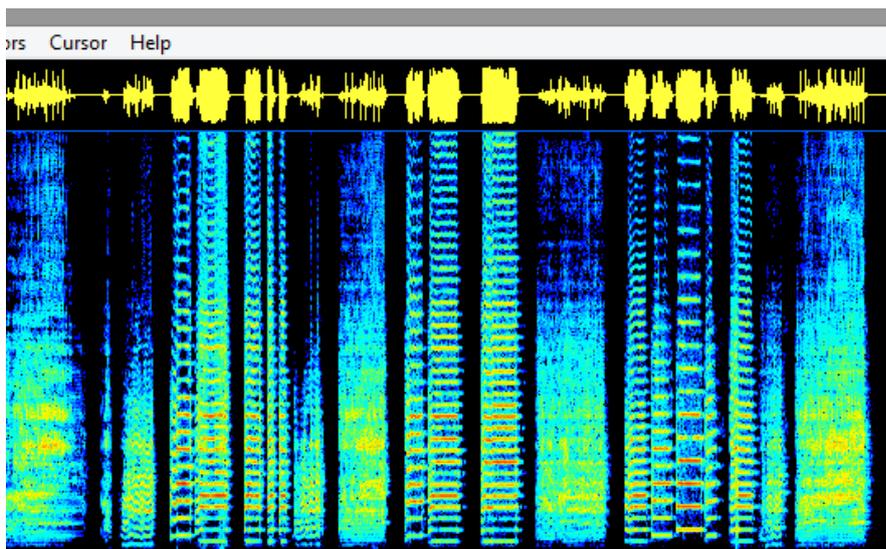
Des expériences du même type ont été faites sur les saxophones par Marten Postma (réf. 13), montrant que le bocal des saxophones baryton vibre : bien qu'il s'agisse seulement de comparaisons qualitatives de comportement des saxophones baryton dont on a entretoisé ou enveloppé le bocal dans des matériaux absorbants, ces expériences semblent confirmer que sur les instruments dont le bocal est le plus mince (0.5 mm), cette vibration affecte légèrement le timbre et l'émission.

On peut faire le même genre d'essais sur la trompette. On a ici affaire à un tube long, plutôt léger et rigide. On attend des formants moyennement espacés.



Spectre « global » de la trompette moderne à pavillon argent de Christophe Rostang. Toutes les notes de la tessiture de l'instrument ont été jouées en succession rapide pour donner une vue d'ensemble, moyennée, sur les formants en présence.

Cet instrument lourd a des parois relativement épaisses. Les vibrations de la paroi sont très peu sensibles sous les doigts. Aucun formant n'apparaît nettement. Les vibrations de paroi ont probablement une influence extrêmement faible sur le son de cet instrument.



Spectre « global » de la trompette renaissance de Christophe Rostang. Cet instrument très léger a des parois très minces. On sent nettement les vibrations de la paroi sous les doigts. Et là, on voit des formants !

Pour les instruments de la famille des cuivres, il se peut que certains contrepoids ou entretoises ajoutés localement aient une influence sur le timbre en déplaçant les formants induits dans le spectre par les vibrations de paroi. Une pièce d'embouchure massive est probablement efficace dans ce rôle, pour le meilleur ou pour le pire. Les autres colifichets du commerce n'ont pas une masse suffisante pour donner autre chose qu'un effet placebo sur des musiciens crédules.

7.2 Quelques recommandations opérationnelles à l'intention des facteurs d'instruments à vent, s'ils veulent éviter ou contrôler les vibrations de paroi.

Les vibrations de paroi doivent à mon avis être évitées autant que possible, puisqu'elles volent de l'énergie à la colonne d'air et colorent de formants le son de l'instrument. On a vu plus haut que la situation de résonance de la paroi sur certaines notes (ou harmoniques) de l'instrument était parfois inévitable, en particulier si la largeur de bande des résonances de paroi est supérieure à l'espacement entre les harmoniques du son soufflé. Si l'instrument était censé ne produire qu'une seule note, on pourrait espérer le concevoir en évitant la coïncidence en fréquence entre les modes de paroi et les harmoniques de cette note. Mais, dans les cas pratiques, l'instrument est censé produire toute une gamme, le plus souvent chromatique : il devient alors impossible de « passer entre les gouttes » et d'éviter toutes les résonances de parois sur tous les harmoniques de toutes les notes de l'instrument. Cependant, le facteur dispose d'un certain pouvoir pour minimiser les conséquences des vibrations de paroi. Dans ce but, l'équation qui exprime le rapport des amplitudes de vibration de la paroi et de la colonne d'air à la résonance peut servir de guide d'analyse et d'action (cf. § 2.4) :

$$\frac{a_{paroi}}{a_{air}} = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right) \left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \right) \left(\frac{M_{air}}{M_{paroi}} \right) = \left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right) \left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \right) \left(\frac{M_{air} \cdot K_{air}}{M_{paroi} \cdot K_{paroi}} \right)^{1/2}$$

Le facteur peut d'abord influencer le rapport des coefficients d'amortissement $\left(\frac{Q_{paroi}}{Q_{air}} \right)$ car le

facteur de qualité du mode aérien Q_{air} dépend de la *rugosité* de la paroi *via* les pertes viscothermiques : le rôle de la rugosité de la paroi sur l'amortissement des vibrations de la colonne d'air est beaucoup plus grand que celui des *vibrations* de paroi qui fait l'objet principal de cet article. Pour éviter de ternir le son des instruments à vent, il faut d'abord *polir la perce*.

Le facteur de qualité de paroi Q_{paroi} au numérateur de ce rapport peut lui aussi être influencé par la facture, car il dépend (un peu) de la nature du matériau de paroi, absorbant ou non, et (surtout) de la façon dont l'instrument est tenu au niveau des mains et de la bouche (cf. § 3).

Par ailleurs, le facteur peut agir sur le rapport des masses $\left(\frac{M_{air}}{M_{paroi}} \right)$ ou des raideurs $\left(\frac{K_{air}}{K_{paroi}} \right)$.

En choisissant une paroi suffisamment massive et/ou suffisamment raide, il est possible de minimiser l'amplitude des vibrations de paroi.

Enfin, le facteur peut agir sur le rapport des aires $\left(\frac{S_{paroi}}{S_{air}} \right)$ car la surface de couplage S_{paroi}

dépend de la facture : en se rappelant que la surface de couplage est nulle pour un tube parfaitement droit et de section parfaitement ronde, on réduira les vibrations de paroi en se rapprochant le plus possible de cette situation idéale : faire des tubes bien ronds permettra de minimiser le couplage avec les modes multipolaires de coque ; éviter autant que possible les coudes très serrés pour les tubes de cuivre permettra aussi de minimiser le couplage avec les modes de flexion. Pour les cuivres, la position des entretoises a une influence certaine sur la fréquence des modes de flexion du tube. L'analyse du sonagramme du son frappé de l'instrument tenu en position de jeu peut renseigner le facteur sur la position des formants attendus dans le spectre du son soufflé. Une mesure vibrométrique permet de quantifier l'importance des vibrations de paroi, mais, comme on l'a vu plus haut, il existe une méthode plus facile et directe de vérifier que l'instrument est sain du point de vue des vibrations de

paroi : si vous sentez la vibration sous les doigts lors du jeu de vos instruments, ne vous réjouissez pas, même si c'est une sensation agréable « d'entendre avec ses doigts ». Au contraire : inquiétez-vous, car c'est le signe que le couplage air-paroi mange une partie de l'énergie du mécanisme d'auto-entretien, au détriment du timbre (probablement) et de l'émission (sûrement) !

8 Conclusion

Différents tubes minces, de géométrie et de rugosité identiques mais de masse et de rigidité différentes, donnent des spectres de son soufflé différents. Cet effet est imputable au couplage entre les modes de vibration de la colonne d'air et ceux de la paroi. Les tubes les moins rigides absorbent l'énergie acoustique dans les domaines spectraux correspondant à leurs modes propres de vibration de paroi. La justesse et le timbre s'en trouvent changés, et l'émission également, car l'autoentretien du son dans un instrument à vent fait intervenir la coopération de tous les partiels. La vibration des parois peut aller jusqu'à rendre difficile voire empêcher complètement l'autoentretien du son pour les tubes à parois très faibles (cas des tubes en papier ou en carton).

Ce sont surtout les modes de flexion de poutre et les modes de coque qui contribuent au couplage, car ce sont eux principalement qui se trouvent dans le domaine des fréquences acoustiques d'intérêt pour les instruments à vent. Les modes de flexion de poutre peuvent tomber à des fréquences suffisamment basses pour affecter le mode fondamental ou les premiers harmoniques du son des instruments : ils sont donc potentiellement dangereux, mais la théorie montre qu'ils ne peuvent se coupler fortement avec la colonne d'air car leur surface de couplage est faible, même pour des tuyaux courbés. Les modes de coque se couplent efficacement à la colonne d'air si le tube est ovalisé, mais leur fréquence propre est relativement élevée, de sorte qu'ils n'affectent que les harmoniques d'ordre supérieur : c'est principalement le timbre qui sera affecté, et ce, uniquement pour des tubes à parois très minces.

Tous les instruments à vent ne sont pas également influencés par les vibrations de paroi. Pour observer un effet significatif sur une flûte, une clarinette ou un hautbois, il faut avoir des tubes très minces, beaucoup plus faibles que la plupart de ceux utilisés habituellement sur les instruments classiques. Les instruments les plus facilement influençables sont les cuivres, et plus particulièrement les instruments graves de cette famille, à cause de leur grande longueur de tube, qui leur donne un riche spectre de modes de vibration de paroi; à cause aussi de leur tube replié, la courbure du tube favorisant le couplage colonne d'air-paroi; à cause enfin de leur tube de faible épaisseur, qui place bon nombre de modes de paroi dans le domaine de fréquences utilisé musicalement. Le basson fait également un bon suspect pour le couplage air-tube, en raison de sa géométrie complexe et de la flexibilité de son bocal (on sent d'ailleurs sous les doigts la vibration du bocal lors du jeu de l'instrument).

La pulpe des doigts est extrêmement sensible aux vibrations des surfaces solides : pour savoir si le matériau a une influence sur les caractéristiques de jeu d'un instrument à vent, il existe un indicateur commode : le toucher. Et le message est simple : si vous sentez la paroi vibrer lors du jeu de l'instrument, alors les vibrations de paroi ont une influence (probablement néfaste) sur votre jeu, et le matériau du tube de votre instrument influence son timbre !

On a montré que l'influence réciproque colonne d'air-paroi est d'autant plus forte que la fréquence propre des modes aériens et de paroi est plus proche. Il est assez clair que la

configuration de coïncidence exacte entre un mode aérien (ou un de ses harmoniques) et un mode de paroi doit être autant que possible évitée pour un instrument de musique. Si une note isolée est difficile à émettre ou sonne mal sur une trompette ou un tuba, c'est peut-être à cause de la malheureuse coïncidence de fréquence entre un mode de paroi et le fondamental ou un harmonique de cette note. Dans le cas d'un tube replié comme celui de la trompette ou de la plupart des cuivres, la fréquence des modes de flexion peut être déplacée si on change la position des entretoises qui relient les différentes branches du tube entre elles². L'utilisation d'une pièce d'embouchure plus ou moins lourde peut également modifier le spectre des modes de paroi. Il se pourrait que de tels petits changements puissent changer quelque chose dans le comportement de l'instrument !

Le couplage air-tube se fait via les *dissymétries* du tube. Dans un tube parfaitement droit et à section circulaire, les vibrations de la colonne d'air ne peuvent pas se coupler avec un mode de paroi autre que le mode monopolaire de coque. Par contre une colonne d'air courbée peut se coupler avec les modes de flexion de poutre ; si elle est de section ovale, elle peut aussi se coupler avec les modes multipolaires de coque.

L'amortissement des modes de paroi affecte l'énergétique de la colonne d'air : si le mode de paroi est très amorti, son couplage avec le mode aérien amortira beaucoup le système couplé. Or, l'amortissement et la fréquence des modes de paroi dépendent de la façon dont l'instrument est tenu. Dans le cas général, les instruments à vent sont tenus à la main et au niveau de l'embouchure, ce qui introduit beaucoup d'amortissement dans la plupart des modes de paroi. En conséquence, les résonances de ces derniers deviennent très larges : il faut donc s'attendre à ce que le couplage génère dans le spectre du son de l'instrument des *formants* (zones de fréquence où l'énergie acoustique s'accumule dans la colonne d'air) voisinant avec des zones de fréquence où l'énergie est absente, car absorbée par le couplage. Le modèle et les expériences décrits dans cet article montrent une telle coloration du son, corrélée avec les spectres des modes de paroi. En autorisant les vibrations de la paroi, on peut donc créer des formants dans le spectre du son soufflé d'un instrument à vent, avec le risque de perturber l'autoentretien du son, particulièrement si une coïncidence malheureuse se produit entre un mode de paroi particulier et un des harmoniques d'une note donnée. Les facteurs d'instruments de la famille des bois s'en abstiennent le plus souvent, en maintenant avec prudence les épaisseurs de paroi de leurs tubes bien au-delà de la zone où le couplage serait sensible. On voit bien en principe où pourrait se loger une éventuelle influence du matériau sur le son de l'instrument : les caractéristiques mécaniques des matériaux de paroi (bois, métal, plastique) étant différentes, les formants associés aux vibrations de paroi tombent dans des zones de fréquence différentes, ce qui colore le son différemment. On a vu cependant que pour que l'effet soit sensible, il faut descendre à des épaisseurs de paroi beaucoup plus fines que celles généralement utilisées sur les instruments à vent classiques.

Les facteurs d'instruments peuvent-ils utiliser sciemment les vibrations de paroi ? Ils peuvent désirer une coloration conduisant à privilégier certaines régions du spectre au détriment des autres. Mais c'est un jeu dangereux, car il revient à soustraire de l'énergie au mécanisme d'autoentretien du son, avec des conséquences peut être néfastes sur la justesse, la facilité d'émission et le volume sonore de l'instrument.

En tant que musicien et physicien, je me suis cru bien placé pour réconcilier les points de vue des deux communautés sur l'influence du matériau des instruments à vent. Au moment de

² Pour s'en convaincre, voir <http://la.trompette.online.fr/Kenneth/Kenneth.htm>

terminer ce petit exposé, je doute d'avoir convaincu : les préjugés ont la vie dure et les impressions sont plus fortes que les équations. Tant pis. J'aurai fait de mon mieux.

9 Remerciements

Merci à Joël Eymard pour la discussion initiale à l'origine de cet article. Merci à Alexandre Salles, mon professeur de basson, pour avoir soutenu que l'épaisseur du bocal du basson avait une influence sur le son : l'influence n'est pas grande, mais dans ce cas particulier, il avait raison, j'en suis convaincu ; merci à Rémi Wintergerst et Romain Viala de l'ITEMM, pour les mesures vibrométriques sur le bocal du basson. Merci à Christophe Rostang pour les sonagrammes du son de sa trompette virtuose, inclus dans cet article. Merci à Dirk de Vries pour des échanges intéressants sur les vibrations de paroi des saxophones.

Références

1. J. Backus, JASA vol 36, p 1881-1887 (1964)
2. J. Backus, T.C Hundley, JASA vol. 39, p. 936-945 (1966)
3. J.W. Coltman, JASA vol. 49, p 520-523, (1971)
4. R. Smith, Proceedings of the Institute of Acoustics vol. 8 Part 1 (1986)
5. G. Widholm et al, <http://iwk.mdw.ac.at>
6. Romain Viala et J. Cabaret « Guide Pratique d'essais en facture instrumentale », note interne de l'ITEMM, 2023.
7. J. Gilbert « Les Cuivres », Pour La Science, Nov. 2008
8. B.B. Ninob « Dissipation viscothermique dans les instruments à vent. Influence de la nature et de la rugosité de la paroi ». <http://la.trompette.free.fr/Ninob/Ninob.php>
9. BB. Ninob « Les ocarinas » Cet article contient une étude sur le seuil d'autoentretien du son dans une embouchure de flûte. <http://la.trompette.free.fr/Ninob/Ninob.php>
10. BB. Ninob « Propagation du son dans un tuyau à parois souples » Cet article est une étude sur l'influence des vibrations radiales de la paroi d'un instrument à vent. <http://la.trompette.free.fr/Ninob/Ninob.php>
11. S.J. Bolanovski et al. JASA vol. 84 (5) p. 1680-1694 (1988)
12. R.S. Johansson et al. J. Physiol. 297 (1) p. 405_422 (1979)
13. M. Postma, <http://sax.mpostma.nl/index.html>

Appendice : Un instrument rigolo : la flûte à baudruche

Au cours de la préparation de cet article sur les vibrations de paroi des instruments à vent, j'ai été amené à fabriquer diverses flûtes à parois localement faibles. Un bourdon fermé par de la baudruche m'a paru amusant : il s'agit d'une section de tube (ici, du bambou) d'une dizaine de cm de longueur percée aux environs de son milieu d'un trou d'embouchure du type flûte traversière ou flûte à bec, et fermée à ses deux extrémités par une membrane de baudruche ligaturée, plus ou moins tendue.



On peut faire varier la hauteur du son en appuyant plus ou moins sur les baudruches, pour en modifier la tension et la surface vibrante. Il faut expérimenter avec diverses tensions de membrane, car cette tension détermine le timbre et la tessiture. Sur un instrument bien réglé, on peut avoir facilement une octave et demie, et tous les glissandos sont possibles. L'instrument demande un peu d'apprentissage si on souhaite jouer juste, mais sans aller jusque-là, les improvisations avec ce jouet facile à fabriquer sont particulièrement amusantes et riches.